課税と給付の経済学[*1]

―最適労働所得課税論を巡って―

林　正義[*2]

要　約

最適課税論は課税や給付のあり方に関して重要な知見を提供する重要な研究分野であり，経済学的手法を用いた財政研究のコアともいうべき分野でもある。マーリーズの研究以来，労働所得（就労収入）に係る最適課税論は大きな発展を遂げて来たが，特にここ4半世紀は，社会における経済的不平等・格差や再分配政策へ関心の高まりに呼応するかのように，理論的枠組みの拡張，数量分析の発展，及び，政策問題への応用において以前にも増した発展を見せている。本論では，ペダゴジカルな視点から，この経済学者の間で共通財産となった労働所得課税論について紹介する。

キーワード：最適課税論，労働所得税，労働供給，就労収入
JEL Classification：H21, H24, H26

Ⅰ．はじめに

最適課税論は課税や給付のあり方に関し重要な知見を提供する，経済学的手法を用いた財政研究のコアともいうべき分野でもある。労働所得（就労収入）に係る最適課税論は，マーリーズの研究（Mirrlees　1971）を嚆矢として大きな発展を遂げてきたが，Kaplow（2022）が総括しているように，この4半世紀においては，経済的不平等・格差や再分配政策に関する社会的関心の高まりに対応するかのように，分析枠組みの拡張，数量分析の発展，及び，政策問題への応用において以前にも増した発展を見せている。

本論の目的は，これから最適所得課税論の研究に触れる読者に，所得課税の設計に係る議論の骨格やそこで参照されるべき実証分析を紹介することにある。つまり，本稿は，ペダゴジカルな観点からの労働所得課税論への体系的な導入であり，最新研究を含む研究結果を漏れなくサーベイ・解説するものではない[1)]。

本論の構成は以下の通りである。続く第Ⅱ節では，分析の基本となる個人（消費者）単位での厚生（効用）と税率との関係を取り扱う。ここでは，就労する単一の消費者を前提とし，税率変化が消費者の労働時間選択（＝余暇時間選

＊1　本研究は科学研究費（基盤研究 C-21K01521）の支援を受けたものです。
＊2　東京大学 大学院経済学研究科・経済学部教授
1）最新のサーベイとして Kaplow（2022），書籍（講義録）として Boadway（2012），そして，教科書として Salanié(2011）や Tanninen et al.(2019）を参照。

択）や厚生にどのような影響を与えるかを考察する。

ここで重要となるのは税の「歪み」もしくは「厚生損失」という概念である。税に歪みがある場合，課税によって徴収された金額と同じ金額が定額還付されると，同額の金額がそのまま戻ってくるにも係わらず，課税前よりも効用が減少する。この度合いは，労働供給の賃金率弾力性に依存することになるが，この観点から，同節では，日本のデータを用いた賃金率弾力性にかかる実証分析の紹介と批評も行う。

第Ⅲ節では，労働供給の代わりに就労収入の反応度を利用した，厚生分析を紹介する。ここで重要なのは，労働所得課税は労働供給以外の消費者による選択にも影響を与える可能性がある点である。

Slemrod（1995）は，税制変化に対する消費者の反応を，労働供給等の実質的反応（real responses），租税逋脱を含む回避的反応（avoidance responses），そして，複数年にわたる税負担調整（timing responses）の３つに分けている。例えば，回避的反応には，本来は現金で受け取る報酬を減らし，その分を課税対象ではないフリンジベネフィット等の現物で受け取ることや，確定申告の際に税制の知識を駆使して（もしくは，税法に違反して），申告所得を減らすこと等が挙げられるが，申告される就労収入（労働所得）にはこれらの反応が反映されることになる。

したがって，その場合には，第Ⅱ節で考察する労働供給の賃金率弾力性だけでは税の歪みは捉えきれない可能性があり，代わりに，税率変更に対する就労収入の弾力性を用いる必要がある。消費者の対応が労働供給に限られる場合，就労収入の弾力性と労働の賃金弾力性は同値となるが，既述の回避的反応等の他の調整方法がある場合，就労収入の弾力性は労働の賃金率弾力性より大きくなるからだ。この観点から，同節では日本のデータを用いた就労収入の弾力性にかかる実証分析の紹介も行う。

第Ⅳ節では複数の異なった消費者が存在する経済における厚生分析を取り扱う。まず，稼得能力（賃金率）が異なる消費者を扱ったマーリーズ・モデルの構造を比較的詳しく紹介するが，同モデルの欠点は分析結果の直感的な解釈が難しい点であった。

そこでDiamond（1998）は，労働供給に所得効果が無いケースを前提として，マーリーズの結果を直感的に解釈できる，稼得能力に沿った最適税率表の定式化を行った。さらにSaez（2001）はそれを一歩進め，稼得能力ではなく，就労収入に沿った最適税率表を定式化している。これらの最適税率は幾つかのパラメータによって決定されるが，その１つが労働供給の賃金率弾力性（Diamond 1998）や就労収入の賃金率弾力性（Saez 2001）である。

なお，これらの定式は最適な最高税率の算定にも利用されており，同節では日本における最適最高税率の試算をも紹介する。

第Ⅴ節では，労働供給が離散的である場合の最適課税論を紹介する。ここでは消費者が就労していることを前提にした「どれくらい働くか」という時間調整（intensive margin）ではなく，「働くか働かないか」という市場参加（extensive margin）を対象とした分析を扱う。前者の時間調整のみを前提とするモデルの場合，稼得能力を扱うか，就労収入を扱うかにかかわらず最適な限界税率は負にならないという結果を得るが，後者の市場参加を前提とするモデルでは低稼得能力者への限界税率が負になる（給付になる）可能性がある。

ここでは，Saez（2002）に準拠した単純なモデルを用いることで，低稼得能力者の最適限界税率が負になる場合があることを示す理論モデルを解説する。なお，後者の離散選択の場合でも，最適税率や社会厚生が，ここで「参加弾力性」と呼ばれる消費者の反応に影響されるのは変わりない。しかし，日本のデータを用いた研究では，この参加弾力性を適切に識別する形で就労確率は推定されていないようだ。

Ⅱ．税の歪みと労働供給

Ⅱ－１．労働供給と厚生損失

消費者の効用水準を，標準的な特性を有した効用関数 $U=U(c, l)$ を用いて表現する。ここで c と l はそれぞれ消費額（基準財）と余暇時間である。余暇賦存量を L とすると労働時間は $h\equiv L-l$ と表記され，効用関数は

$$U=u(c, h)\equiv u(c, L-h) \qquad (1)$$

と再表記できる。一方，予算制約は（税引き前）賃金率を W と表すと，

$$c=Wh-T(Wh) \qquad (2)$$

となる。ここで $T=T(Wh)$ は，$T>0$ ならば税額，$T<0$ ならば給付額であり，その値は課税・給付前の所得（就労収入）Wh によって変化する。したがって，以下では便宜的に $T(\cdot)$ を「租税関数」と呼ぶが，それは給付額も表す関数であることに留意したい。

内点解を想定すれば，消費者は式１と式２から導き出される１階の条件

$$\left(1-T'(Wh)\right)W=\frac{\partial u(c, h)/\partial h}{\partial u(c, h)/\partial c} \qquad (3)$$

と予算制約（式２）を満たすように，労働供給

$$h=h(w, M) \qquad (4)$$

を決定する。ただし，$w\equiv(1-T'(Wh))W$ は税引き後賃金率，M は後述する実効所得（virtual income）である。

ここで，数式を使った展開を容易にするため幾つかの仮定を導入しよう。まず，余暇賦存量 L が１となる（$L\equiv1$）ように基準化し，かつ，効用関数の形は

$$u(c, L-h)=c+b(1-h) \qquad (5)$$

と準線形であると仮定する。さらに，余暇からの効用を表す関数 $b(\cdot)$ は，$b'(\cdot)>0$，$b''(\cdot)<0$ と仮定する。なお準線形の効用関数には所得効果は存在しないが，この仮定は続く数式展開を容易にするためである。後述するように，所得効果が余暇消費，つまり，労働供給に存在することを示す実証分析は多数存在する。

次に，租税関数は一定の限界税率 m と定額給付 A を有する線形関数

$$T(Wh)=mWh-A \qquad (6)$$

として与えられると仮定する。ここから予算制約は

$$c=(1-m)Wh+A \qquad (7)$$

となる。効用を最大化する労働時間 h は，この予算制約（式７）を効用関数（式５）に代入した

$$U=(1-m)Wh+A+b(1-h) \qquad (8)$$

から得られる１階の条件

$$b'(1-h)=(1-m)W \qquad (9)$$

から導出できる。つまり，税引き後賃金率 $w\equiv(1-m)W$ が変化すると，式９を満たすように h の値も変化するから，労働供給関数は

$$h=h((1-m)W) \qquad (10)$$

と表記できる。準線形の効用関数を用いているので，この労働供給は所得に依存せず，税引き後賃金率のみの関数になる。

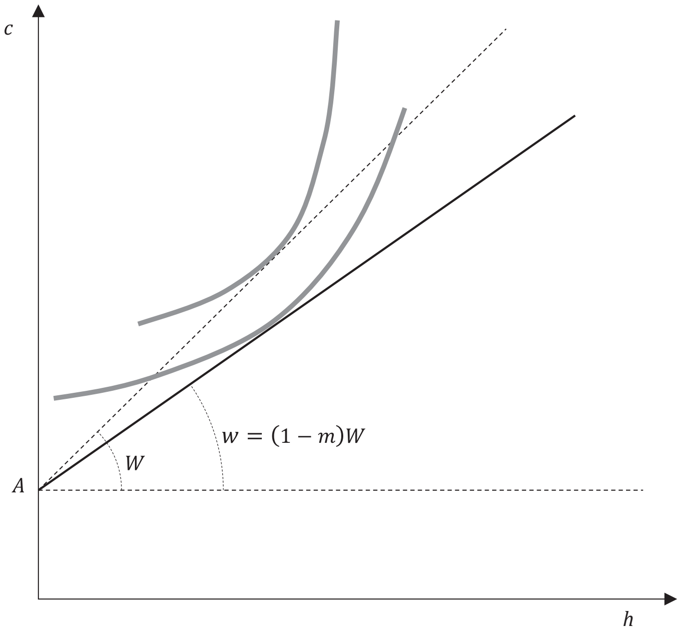
なお，最大化された効用水準は，式10を式８に代入した間接効用関数

$$\begin{aligned}U=&(1-m)Wh((1-m)W)+A\\&+b(1-h((1-m)W))\end{aligned} \qquad (11)$$

として表現できる。

図１はこの選択を図示している。消費 c を縦軸に労働時間 h を横軸に測った同図では，無差

図1　就労時間と消費



別曲線は右上がりの右下に凸の曲線となり，予算線は切片 A 及び傾き $w\equiv(1-m)W$ の直線となる。この予算線の傾きは消費を基準とした労働の対価（余暇の価格）として解釈できる。

課税による厚生損失，つまり，「歪み」は，限界税率を増加させた（$dm>0$），それによる納税額の増分（$dT>0$）をそのまま定額給付の増加として還付（$dA=dT$）した場合の厚生の変化（減少）として表現できる。まず，限界税率 m の増加による効用の変化（dU^*）は

$$dU^*=-Whdm \tag{12}$$

となる[2)]。次に，限界税率が増加することに起因する税額の増加分 dT が，定額給付増として還付（$dA=dT$）されることによる効用の変化（dU^{**}）は，式11より，$dU^{**}=dA=dT$ となる。税額は $T=mWh((1-m)W)$ であるから，限界税率の変化に起因する，その変化は

$$\begin{aligned} dT &= (Wh-mWh'W)dm \\ &= Wh\cdot\left(1-\frac{m}{1-m}\eta\right)dm \end{aligned} \tag{13}$$

と表記できる[3)]。したがって，$dU^{**}=dA=dT$ より，

$$dU^{**}=Wh\cdot\left(1-\frac{m}{1-m}\eta\right)dm \tag{14}$$

となる。なお，労働の（税引き後）賃金率弾力性

$$\eta\equiv\frac{(1-m)W}{h}h' \tag{15}$$

は，効用関数の準線形性により正の値をとる。

ここから，税率増加による効用減少（$dU^*<$

2）間接効用関数（式11）を m と h について全微分すると，$dU^*=-Whdm+\{(1-m)W-b'(1-h)\}h'(w)dm$ を得るが，1階の条件（式9）により，第2項がゼロとなる。なお，ここでは賃金率 W は税率変化の影響を受けない（労働需要の価格弾力性が∞）と仮定している。

3）労働供給関数を利用した税収の表記 $T=mWh((1-m)W)$ を m について全微分した表現 $dT=(Wh-mWh'W)dm$ を労働の賃金弾力性の定義（式15）を用いて整理している。

0）と税額増分の定額還付による効用変化（dU^{**}）を加味した効用の変化（厚生損失）は，式12と式14から，

$$dU = dU^{*} + dU^{**} = -Wh\frac{m}{1-m}\eta dm \quad (16)$$

となり，その値は労働の賃金率弾力性ηに依存することが分かる。つまり，労働が賃金率に対して敏感に反応するほど厚生損失は大きくなり，労働供給が賃金率に反応しなければ（$\eta=0$）厚生損失はゼロとなる。

なお，税率増による効用変化（式12）を当該税率増による税収変化（式13）で割ると，税収が1単位増えることによる，追加的な効用の減少額となる。これに−1を掛けて損失を表す指標とすると，「公的資金の限界費用（MCF：marginal cost of public funds)」

$$MCF \equiv -\frac{dU^{*}}{dT} = \frac{1}{1-\dfrac{m}{1-m}\eta} > 1 \quad (17)$$

を得る[4]。式17から，1円の税収は1円以上の厚生損失を生み，MCFの1からの乖離は税の歪みの度合いに対応することが理解できる。本来MCFは費用便益分析における「費用」を実質化するための乗数として利用されるが，このように税の歪みを示す指標としても利用できる[5]。

Ⅱ−2．超過累進課税と労働供給の弾力性

上記のような労働供給の賃金率弾力性と厚生損失の関連を背景に，欧米では古くから労働の賃金弾力性が推定されてきた。まず，推定における重要な論点を理解するために，再度，一般的な効用関数（式1）と租税関数（$T(Wh)$）に戻ろう。1階の条件（式3）と予算制約（式2）からは，税引き前賃金Wを説明変数に含む関数$h=Q(W)$も導出できる。したがって，労働供給関数を表す回帰モデルが税引き前賃金を説明変数として含むと，それは$h=Q(W)$を推定することになる。しかし，この関数は選好$U(\cdot)$と租税関数$T(\cdot)$が混じり合ったモングレル（mongrel）であるから，その推定から得られるのは，不変の租税関数の下で税引き前賃金が労働供給に与える効果に過ぎない。税制変更とは租税関数の形を変えることである。したがって，この推定からの結果は税制変更の評価には利用できないことは自明であろう（Blomquist 1988）。税制変更が労働供給に与える効果を評価するためには，選好を特徴付ける労働供給の賃金率弾力性を識別する必要があり，実際の制度に従って租税関数を特定化し，最適化問題に織り込む必要がある。

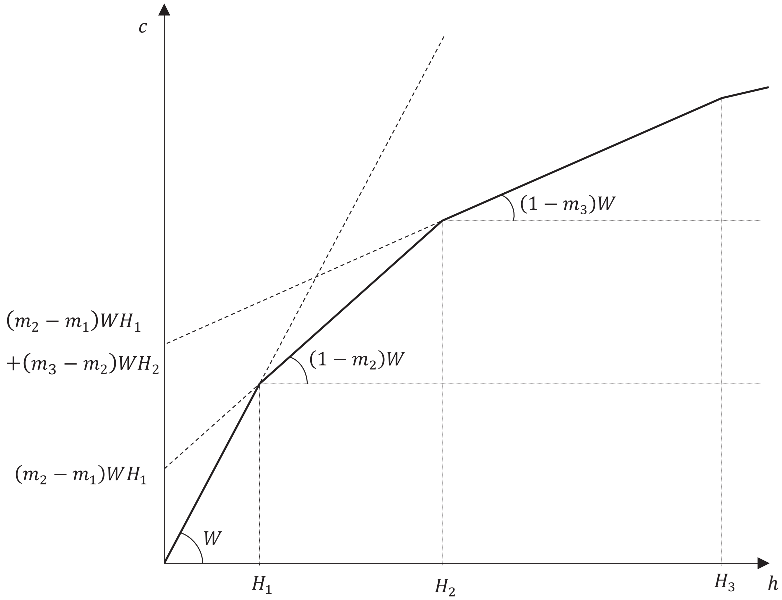
周知の通り，日本を含む多くの国では超過累進的な所得税制を採用している。その場合，hが増加すれば就労収入も増加し，課税ブラケットの上方移動を通じて限界税率も増加する。図2は，3つのブラケットを前提に，超過累進税制の下での予算線を示している（なお，単純化の為，定額給付はゼロとしている）。ここでm_jは第jブラケットの限界税率である（第1ブラケットでは課税なし：$m_3>m_2>m_1=0$）。また，H_jは第jブラケットの上限Y_jに対応する労働時間$H_j \equiv Y_j/W$である。

同図に描かれている予算線は屈折線形（piece-wise linear）と形容される。消費選択が特定のブラケットで行われている場合，その選択は，破線で表した当該ブラケットから得られる線形の予算線の下での消費選択として再現できる（Hall 1973）。つまり，消費者がその労働時間を第jブラケットで選択している場合，その選択は，傾きを$w=(1-m_j)W$，切片を$M=\Sigma_{s=2}^{j}(m_s-m_{s-1})WH_{s-1}$とする予算線$c=$

4）一般的なケースでは分子（効用変化）を所得の限界効用で更に割る（基準化する）必要があるが，準線形の効用関数では，効用は消費（所得）の単位と同じであるから，所得の限界効用は1となる。つまり，ここでは所得の限界効用で基準化する必要は無い。MCFについては，Dahlby（2008），MCFの日本語の解説は林（2000）を参照せよ。

5）式17はChetty（2009）の言う十分統計量（sufficient statistics）の一例である。ここから，MCFに関する研究は十分統計量にかかる議論の先駆けであると理解できる。

図２　屈折線形の予算制約



$wh+M$ の下での選択として表現できる。ここでの切片 M が式４における「実効所得（virtual income)」である。

式４の推定を通じて，価格効果（$\partial h/\partial w$）と所得効果（$\partial h/\partial M$）が推定できる。価格効果を弾力性で表現した値 $\eta\equiv(\partial h/\partial w)w/h$ は，労働供給の非補償弾力性とも呼ばれるが，それはスルツキー方程式により，

$$\eta=\eta_c+w\frac{\partial h}{\partial M} \tag{18}$$

と，補償弾力性 $\eta_c\equiv(\partial h/\partial w_{\mid\bar{U}})w/h$ と所得効果を用いた表現 $w\partial h/\partial M$ に分解できる。この式18により，補償弾力性は非補償弾力性と所得効果の推定値から算定できる。準線形の効用関数の場合，$\partial h/\partial M=0$ であるから，$\eta=\eta_c>0$ となるが，$\partial h/\partial M\neq 0$ の場合，価格効果（$\partial h/\partial w$），及び，補償弾力性と所得効果によって算定される非補償弾力性の符号は先験的には分からない。標準的な消費者理論に従うと，税引き後賃金率の上昇は，代替効果として余暇消費を減少（労働時間を増加）させる（$\eta_c>0$）一方で，実質的に所得を増やすことになるから，余暇が正常財（$\partial l/\partial M=-\partial h/\partial M>0$）ならば，所得効果として余暇時間を増加（労働時間を減少）させる（$\partial h/\partial M<0$）。したがって，余暇が正常財である場合，税引き後賃金率の変化が労働供給に与える効果の方向は理論的には明らかでない。もちろん，余暇が正常財でない場合（劣等財である場合）は，非補償弾力性は必ず正となる。

Ⅱ－３．労働供給の弾力性の推定

欧米では古くから数多くの研究において労働供給の賃金率弾力性が推定されてきたが，日本を対象にした実証分析においては必ずしもそうではなかった。特に2000年代初頭までは，税制に配慮した形で適切に労働の賃金弾力性を推定した研究は存在しなかった（林2003, Bessho and Hayashi 2005）。

欧米において古くから用いられていた手法を用いた推定は，漸く2000年代後半から，表１に示すように日本を対象とした研究でも行われるよ

表１　労働供給の弾力性

		非補償	所得効果	補償	手法
Bessho & Hayashi（2005）	片働き既婚男性（25-55歳）	0.113	－0.087◇	0.668	ML（Hausman）
Akabayashi（2006）	既婚女性（パートタイム：21-60歳）	0.098～0.245	－0.411～－0.211♡	0.133～0.305	ML（Hausman）
高橋（2010）	既婚女性	0.185	－0.250♡	0.275	ML（Hausman）
Bessho & Hayashi（2011）	片働き既婚男性（25-55歳）	0.632	0.343◇	0.286	ML（Hausman）
		0.423	－0.752◇	1.174	ML（Zabalza）
		0.259	－0.473◇	0.732	DCM with translog utility
	独身男性（25-55歳）	0.496	0.103◇	0.366	ML（Hausman）
		0.549	－0.767◇	1.317	ML（Zabalza）
		0.300	－0.457◇	0.757	DCM with translog utility
Yamada（2011）	既婚女性	0.74～0.81♧			Dynamic & IV
Bessho & Hayashi（2013）	独身及び片働き既婚男性（25-55歳）	－0.026～－0.008			ML（Zabalza）
Bessho & Hayashi（2014）	既婚男性（25-55歳）	0.032♤			DCM with translog utility
	既婚女性（25-55歳）	0.031♤			
Inoue（2015）	男性（18-65歳）	0.003♧			Dynamic with fixed l & IV
	非正規	0.365♧			
	正規	0.002♧			
	女性（18-65歳）	0.587♧			
	非正規	0.544♧			
	正規	0.746♧			
Bessho & Hayashi（2015）	独身	0.016♤			DCM with translog utility
	既婚男性	0.042♤			
	既婚女性	0.063♤			
Bessho（2018）	既婚男性（25-55歳）	0.057♤			DCM with level-quadratic utility
		－0.007♤			DCM with translog utility
	既婚女性（25-55歳）	0.138♤			DCM with level-quadratic utility
		0.107♤			DCM with translog utility
Ogasa（2019）	既婚男性（25-55歳）	0.14♤			DCM with level-quadratic utility
	既婚女性（25-55歳）	0.27♤			

注：(1) ♤は税引き前賃金に関する弾力性を示す。(2) ♡は所得弾力性（$(M/h)\,\partial h/\partial M$）を表す。(3) ◇はスルツキー方程式を利用した表現（式18)における所得効果の表現（$w\partial h/\partial M$)の値を表す。(4)♧は多期間（動学)モデルに基づいたフリッシュ（Frisch）弾力性を表す。(5) ML（Hausman)：Hausman（1985）による最尤法を用いた推定。(6) ML（Zabalza)：Zabalza（1983）による最尤法を用いた推定。(7) DCM：Van Soest（1995）に基づく離散選択法によるパラメータ推定ならびにCreedy and Kalb（2005, 2006）によるカリブレーションを用いた弾力性算定。Translog utilityは引数を全て自然対数変換したものを二次形式に表した効用関数，level-quadraticは引数をそのまま二次形式で表した効用関数。(9) IV：操作変数法に基づいた推定。

うになった。第1は，Hausman（1979, 1985）による方法を用いた推定（Bessho and Hayashi 2005, 2011, Akabayashi 2006, 高橋 2010）である。この方法は線形の労働供給関数と線型屈折型の予算制約に基づく尤度関数を用いた方法である。

第2は，Zabalza（1983）による方法を用いた最尤法による推定（Bessho and Hayashi 2011, 2013）である。ここでは効用関数をCES型に特定化することを利用して尤度関数が導出されている。

第3は，Van Soest（1995）による離散選択法（DCM：discrete-choice model）に基づく研究である（Bessho and Hayashi 2011, 2014, 2015, Ogasa 2019)。ここでは，効用関数を特定化し，離散的な労働供給量の選択問題を考える。弾力性は，多項ロジット・モデルを利用して尤度推定した効用関数のパラメータを用いた，カリブレーション（e.g., Creedy and Kalb 2005, 2006）と呼ばれる疑似乱数発生器を用いたシミュレーションに基づいて算定される。なお，多くのDCM研究では税引き前賃金を変動させた場合の労働供給の変化がシミュレートされており，労働供給の弾力性は税引き後賃金ではなく，税引き前賃金に関して算定されている。

第4は，Heckman and MaCurdy（1980）に始まる，多期間に渡る意思決定を前提とした動学モデルに基づく賃金弾力性（フリッシュ弾力性）の推定である（Yamada 2011, Inoue 2015)。ここでは，就労収入以外の収入は資本所得として内生化されているため，所得効果は推定されない。

表1にみるように，就労年齢層，男・女，既婚・未婚，正規・非正規という異なる標本を用いた場合だけではなく，同一の標本であっても，推定手法，モデルの特定化によって推定結果は大きく異なっている。第1に，Hausman法による推定値は不安定である。Bessho and Hayashi（2011）では，Hausman法による非補償弾力性は大きな値（0.632）を示しているが，それは所得効果が正の値として（余暇が劣等財として）推定されているからである。一方，Akabayashi（2006）や高橋（2010）では，既婚女性のパート就労を対象としているにも関わらず，同値は0.098～0.245（Akabayashi 2006）や0.185（高橋 2010）とそれほど大きくない。

第2に，フリッシュ弾力性は，既婚女性を対象としたYamada（2011）では0.74～0.81，女性（18歳～65歳）を対象としたInoue（2015）では0.544～0.746と比較的大きな値となっている。理論的にフリッシュ弾力性は他の弾力性よりも高くなると示すことができる（Keane 2022）が，表1に掲載されている弾力性の値の間でも，既述の正の所得効果の場合を除くと，最も高い値を示している。

第3に，概ねDCMを用いた推計値は低い。同一のデータを用いたBessho and Hayashi（2011）では他の手法による推定値より低い値となり，Bessho and Hayashi（2014, 2015）でも0.1以下である。Bessho（2018）やOgasa（2019)では若干大きめであるが，せいぜい0.27（既婚女性）に留まっている。

Ⅲ．就労収入と厚生損失

前節では，税制に対して労働供給のみが反応する場合を考えたが，消費者は労働供給以外の経路を介して反応する場合がある（Slemrod 1995)。例えば，納税者は，税負担を軽減するために，課税対象となる現金の代わりに課税対象とならないフリンジベネフィット等で報酬を受け取るかもしれない。また，税制の知識を駆使して，もしくは，税法に違反して，申告所得

を減らすかもしれない。このような租税回避的・逋脱的な行動を前提とすると，労働供給の反応だけでは所得課税の歪みは捉えきれない可能性がある。このような回避的・逋脱的反応の結果は申告される就労収入に反映される。したがって，近年の研究では，労働時間ではなく就労収入や課税所得を用いて税率変化に対する消費者の反応が推定されるようになっている。

Ⅲ－１．課税対象収入が労働供給のみに影響をうける場合

まず前節との繋がりを示すために，労働時間 h で表記した式５と式７からなる最適問題を，税引き前所得（就労収入）

$$y \equiv Wh \tag{19}$$

を用いて再現しよう。ここで目的関数（式５）と予算制約（式７）はそれぞれ

$$U = V(c, y, W) \equiv u\left(c, \frac{y}{W}\right) = c + b\left(1 - \frac{y}{W}\right) \tag{20}$$

$$c = (1-m)y + A \tag{21}$$

と再表記できる。式21を式20に代入すると，$U = (1-m)y + A + b(1-y/W)$ となるから，これを最大化する y の値は，１階の条件

$$b'\left(1 - \frac{y}{W}\right)\frac{1}{W} = 1 - m \tag{22}$$

を y について解くことによって得ることができる。その解は，「net-of-tax rate（share）」と呼ばれる $1-m$（と税引き前賃金率 W）を引数とした収入関数

$$y = y(1-m, W) \tag{23}$$

となる。この最適化問題を図示したものが，消費 c を縦軸に収入 y を横軸に測った図３である。この図は所与の W の値に関して導出されており，無差別曲線は図１と同様に右上がりの右下に凸の曲線，予算制約は切片 A 及び傾き $1-m$ の直線となる。ここで，この傾き $1-m$，つまり，net-of-tax rate の解釈は以下の通りである。図１で w が消費の価値で測った労働１単位の対価を表しているように，図３において，傾き $1-m$ は消費の価値で測った就労収入が１単位減少することの対価を表している。税率がゼロならば，１単位の収入減は１単位の消費増に繋がるため，両者の価値比率は１となる。税率が１以下で正の値をとる場合，１単位の収入減は１単位以下の消費減で済む。つまり，消費で測った収入の価値は１以下になる[6]。

前節と同様，限界税率の増加による厚生損失を導出しよう。ここでは限界税率の増加（$dm>0$）による効用変化（dU^*）は，

$$dU^* = -y\,dm$$

となり[7]，税額増を定額給付として還付する場合の効用変化（dU^{**}）は，

$$dU^{**} = dT = y \cdot \left(1 - \frac{m}{1-m} e_y\right) dm$$

となる[8]。ただし，

$$e_y \equiv \frac{1-m}{y} \cdot \frac{\partial g}{\partial(1-m)} \tag{24}$$

は就労収入の価格弾力性である。以上より，厚生損失は

$$dU = dU^* + dU^{**} = -y\frac{m}{1-m} e_y dm \tag{25}$$

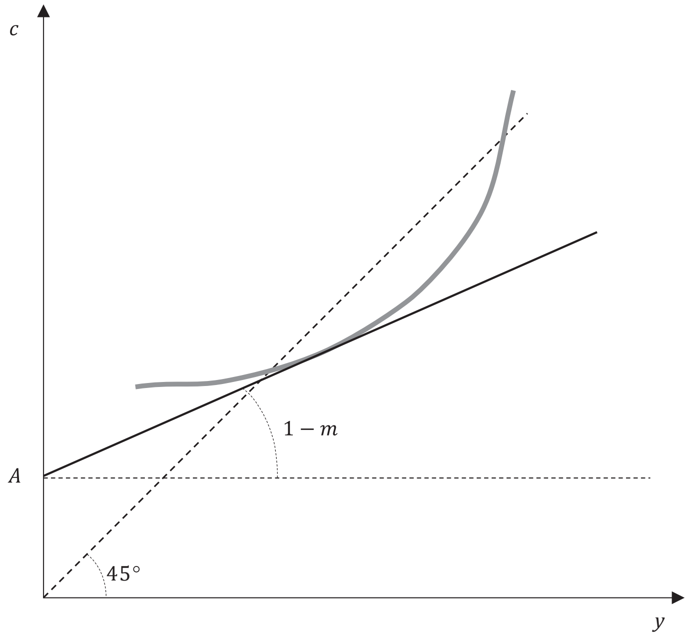
となる。一方，MCF は，

6）本文の例では準線形型の効用関数を前提に数式を展開しているが，この傾きの解釈は予算線に係るものであるから，一般的な効用関数の場合にも当て嵌まる。

7）$U = (1-m)y + A + b(1-y/W)$ を m と y に関し全微分すると，$dU^* = -y\,dm + \{(1-m) - b'(1-y/W)/W\}(\partial y/\partial(1-m))d(1-m)/dm$ を得るが，式22により，$dU^* = -y\,dm$ を得る。

8）$U = (1-m)y + A + b(1-y/W)$ より，$dU^{**} = dA$，納税増の還付 $dA = dT$，および納税増加額 $dT = (y - m(dy/dm))dm$ を利用する。ここで $dy/dm = (\partial g/\partial(1-m))d(1-m)/dm$ となる。

図3　就労収入と消費



$$MCF \equiv -\frac{dU^*}{dT} = \frac{1}{1-\dfrac{m}{1-m}e_y} \quad (26)$$

と表現できる。なお，$y=g(1-m,W)=Wh((1-m)W)$ より，

$$\frac{1-m}{y}\cdot\frac{\partial g}{\partial(1-m)} = \frac{(1-m)W}{h}h'$$

であるから，$e_y=\eta$ である。つまり，厚生損失（式25）とMCF（式26）は労働供給を用いて表記した場合と等しいことが分かる。

Ⅲ－2．課税対象収入を労働時間以外で調整できる場合

次に，消費者が収入 y の一部 x を申告しない場合を考える。ただし，非申告額 x に応じて貨幣単位で測った費用 $a(x)$ が生じる（$a'(x)>0$）と仮定する（なお，$a''(x)>0$ とする）。この場合，消費者の予算制約は以下のようになる。

$$c=z+x-m\cdot z+A-a(x)=(1-m)z+A+x-a(x) \quad (27)$$

ここで，$z\equiv y-x$ は納税者が課税当局に申告する収入（申告収入）である。式20に式27を代入すると

$$U=(1-m)z+A+x-a(x)+b\left(1-\frac{z+x}{W}\right) \quad (28)$$

を得る。この効用を最大化する申告収入額 z と非申告収入額 x は，1階の条件

$$b'\left(1-\frac{z+x}{W}\right)\frac{1}{W}=1-m \quad (29)$$

$$b'\left(1-\frac{z+x}{W}\right)\frac{1}{W}=1-a'(x) \quad (30)$$

を，W を所与とした場合に，同時に解く関数として

$$z=z(1-m,W) \quad (31)$$

$$x = x(1-m, W) \tag{32}$$

と表現できる。式 31 と式 32 を目的関数（式 28）に代入した間接効用関数

$$\begin{aligned} U = &(1-m)z(1-m,\, W) + A + x(1-m,\, W) \\ &- a\big(x(1-m,\, W)\big) \\ &+ b\left(1 - \frac{z(1-m,\, W) + x(1-m,\, W)}{W}\right) \end{aligned} \tag{33}$$

から以下の結果を得る。まず，限界税率増加（$dm > 0$）の効果は

$$d\bar{U}^{*} = -z dm \tag{34}$$

となる[9)]。次に税額増加分を定額還付する（$dA = dT$）ことの効果は，

$$d\overline{U}^{**} = dT = z \cdot \left(1 - \frac{m}{1-m} e_z\right) dm \tag{35}$$

である[10)]。ただし，e_z は申告所得の弾力性

$$e_z \equiv \frac{1-m}{z} \frac{\partial z}{\partial(1-m)} \tag{36}$$

である。式 34 と式 35 から，税率増と増税分定額還付による効用の変化は

$$d\overline{U} = d\overline{U}^{*} + d\overline{U}^{**} = -z \frac{m}{1-m} e_z dm \tag{37}$$

となる。なお，MCF は，式 34 と式 35 から，以下のように表現できる。

$$-\frac{d\overline{U}^{*}}{dT} = \frac{1}{1 - \dfrac{m}{1-m} e_z} \tag{38}$$

Ⅲ－３．比較

ここでⅢ-1 とⅢ-2 の結果を比較しよう。就労収入（式 23）の net-of-tax rate に対する反応は，

$$\frac{\partial y}{\partial(1-m)} = \frac{1}{-b''/W^2} > 0 \tag{39}$$

である[11)]。その一方，申告収入関数（式 31）の同様の反応は

$$\frac{\partial z}{\partial(1-m)} = \frac{1 - (b''/W^2)/a''}{-b''/W^2} > 0 \tag{40}$$

となり[12)]，ここで限界税率 m が増加すると（$1-m$ が減少するので）申告収入は減少することが分かる。両式における b'' は就労収入 y の値に依存するが，両式での y の値は同値であるため[13)]，両式における b'' も同値となる。つまり，式 40 と式 39 の比率は以下のように表現できる。

$$\frac{\partial z/\partial(1-m)}{\partial y/\partial(1-m)} = 1 - \frac{b''/W^2}{a''} > 1 \tag{41}$$

ここで弾力性の比率は

$$\begin{aligned} \frac{e_z}{e_y} &= \frac{y}{z} \cdot \frac{\partial z/\partial(1-m)}{\partial y/\partial(1-m)} \\ &= \left(1 + \frac{x}{z}\right) \cdot \left(1 - \frac{b''/W^2}{a''}\right) > 1 \end{aligned} \tag{42}$$

となり，さらに $y/z = 1 + x/z$ の分だけ，申告所得の反応が大きくなる。なお，厚生損失の比率は

$$\begin{aligned} \frac{d\overline{U}}{dU} &= \frac{-z \dfrac{m}{1-m} e_z dm}{-y \dfrac{m}{1-m} e_y dm} = \frac{z}{y} \cdot \frac{e_z}{e_y} \\ &= 1 - \frac{b''/W^2}{a''} > 1 \end{aligned} \tag{43}$$

となり，式 41 と同値になる。いずれにせよ，

9）$\bar{U}^{*} = -zdm + \{(1-m) - b'(1-y/W)/W\}\,(\partial z/\partial(1-m))(d(1-m)/dm)dm + \{1 - d' - b'(1-y/W)/W\}(\partial z/\partial(1-m))(d(1-m)/dm)dm$ となるが，1 階の条件（式 29 及び式 30）によって第 2 項と第 3 項はゼロとなる。

10）$dT = zdm + m(\partial z/\partial(1-m))(d(1-m)/dm)\ dm$ 及び式 34 を利用する。

11）式 22 の 1 階の条件を全微分し，まとめれば良い，

12）式 29（$b'/W = 1-m$）を利用すると，式 30 は $1 - a'(x) - (1-m) = 0$ となるので，これを全微分することで，$dx = -d(1-m)/a''$ を得る。式 29 から $d(1-m) + (b''/W^2)dz + (b''/W^2)dx = 0$ を得るので，これに $dx = -d(1-m)/a''$ を代入して整理すれば良い。

13）式 22 と式 29 を比較せよ。

弾力性も厚生損失も，回避的行動によって拡大する。

Ⅲ－４．課税所得（就労収入）の弾力性の推定

上記の申告収入を例にとったモデルのように，課税当局が把握する収入・所得には，労働供給に限らない消費者の反応が反映されると考えられる。したがって，労働供給に代って，Feldstein（1995）を嚆矢とする就労収入・労働所得を用いた分析が開始され，その数は特に2000年代に入って増加してきた（Saez et al. 2012）。日本でも，欧米の研究と比べると数は限られるが，表２のような実証研究が行われている。同表に見るように，これら弾力性の推定値には大きな開きがある。これらの範囲（－11.908～0.85）は若干常軌を逸しているが，理論的に予測される正の値に限っても，0.074～0.85という広範囲にわたる。この理由は以下の通りであろう。

第１に，データ自体が大きく異なる。前項までで議論した回避的反応を前提とすると，申告制を前提とした申告収入・所得（reported income）を用いるべきであろう。しかし，申告データを用いている研究は，八塩（2005）とMiyazaki and Ishida（2022）のみである。前者は所得階層別に集計された事業所得（所得控除前）を利用しており，個票データを用いているのは，高額納税者公示を利用した後者のみである。しかし，同公示では83年以降は課税所得額の代わりに納税額しか公表されていないため，後者では納税額から課税所得が逆算されている。これら以外の研究においては，統計調査の個票から一定の仮定の下で収入（所得）を算定し，それに控除制度を参照することで課税所得を得ている[14)]。しかしながら，これら他の研究で用いられている源泉徴収を前提とする収入データや税務統計以外からの収入データを利用する分析においては，労働供給の代わりに収入を用いることに繋がった，本節で議論している問題意識を十分に反映できないはずである。

第２に，データの利用方法も多様である。初期の研究である内閣府政策統括官（2001）では，標本を税制変更前と変更後の２群に分け，それぞれを更に，税制変更に影響を受ける群と受けない群に分けることで得られる４つの群各々の平均値を利用した「差の差」による分析を行っている。また，八塩（2005）は，この手法を改良した「差の差の差」を利用している。いずれの場合も，群毎の平均のみを用いた算術の結果であるため，弾力性の値には推測統計的な特徴付けは行われていない。その他個票を用いている研究では，繰り返し横断面データ（北村・宮崎 2013，上村ほか 2016）やパネルデータ（上村ほか 2016，栗田 2019，Miyazaki and Ishida 2022）といった，各々のデータ形式に適合した形式で推定が行われている。

第３に，これらの研究は弾力性の値を適切に推定できていない可能性がある。初期の欧米における研究にも当て嵌まるこの原因は大凡次の３つに分けることが出来る。第１は，所得効果の無視である。欧米の先行研究[15)]にならい表２における研究の全てが所得効果を考慮していない。しかし，欧米における最近の研究では所得効果は有意に推定されている（Kleven and Schultz 2014, Lin and Tong 2017）し，そもそも表１で示したように，日本のデータを用いた労働供給関数の推定においても，有意な所得効果が確認されている[16)]。また，高賃金率の消費者の場合，労働供給の後方屈折が起こらないこ

14）内閣府政策統括官（2001）は，「国民生活調査」からの収入に税制変更前の制度を適用して課税所得を算定している。一方，北村・宮崎（2013）は「全国消費実態調査」から各世帯員の収入を算定しているが，世帯員によって収入が確定できないので，一定の仮定のもとでの世帯収入の割り当てを行っている。中高齢者を対象とする「中高年横断調査」を利用している上村ほか（2016）では，同調査の「働いて得た所得（月額）」を年額に変換し（×12），それに一定の仮定の下で算定した乗数を掛けることで賞与込みの給与収入を算定している。

15）Gruber and Saez（2002）の研究で所得効果が有意でないことを理由に，多くの欧米の研究では所得を含まない回帰モデルが用いられている。

表２　所得の弾力性

<table>
<tr><th></th><th>データソース</th><th>対象</th><th>弾力性</th><th>データ形式</th></tr>
<tr><td>内閣府政策統括官（2001）</td><td>国民生活基礎調査（厚生労働省）より集計</td><td>課税所得</td><td>0.074</td><td>2期間2所得階層</td></tr>
<tr><td>八塩（2005）</td><td>税務統計から見た申告所得税の実態（国税庁）より集計</td><td>事業所得（所得控除前）3,000万円以上</td><td>−0.014〜0.077</td><td>4期間2所得階層</td></tr>
<tr><td rowspan="3">北村・宮崎（2013）</td><td rowspan="3">全国消費実態調査</td><td>課税所得（上位0.25%）</td><td>0.29〜0.64</td><td rowspan="3">2期間繰り返し横断</td></tr>
<tr><td>課税所得（上位0.5%）</td><td>0.21〜0.66</td></tr>
<tr><td>課税所得（上位1%）</td><td>−0.02〜0.85</td></tr>
<tr><td rowspan="8">上村・北村・金田（2016）</td><td rowspan="8">中高年者縦断調査（厚生労働省）</td><td rowspan="4">課税所得（50歳〜64歳）</td><td>−1.956（2006-07）</td><td rowspan="2">2期間及び6期間繰り返し横断</td></tr>
<tr><td>−0.985（2005-10）</td></tr>
<tr><td>−5.216（2007）</td><td rowspan="2">1期間及び5期間差分パネル</td></tr>
<tr><td>−1.523（2006-10）</td></tr>
<tr><td rowspan="4">給与収入（50歳〜64歳）</td><td>−7.559（2006-07）</td><td rowspan="2">2期間及び6期間繰り返し横断</td></tr>
<tr><td>−2.544（2005-10）</td></tr>
<tr><td>−11.908（2007）</td><td rowspan="2">1期間及び5期間差分パネル</td></tr>
<tr><td>−11.162（2006-10）</td></tr>
<tr><td rowspan="2">栗田（2019）</td><td rowspan="2">日本家計パネル調査</td><td>課税所得額に扶養控除適用額を加えたもの（100万円以上1億円未満）</td><td>0.7前後</td><td rowspan="2">2期間パネル（差分横断）</td></tr>
<tr><td>総合課税対象収入（100万円以上1億円未満）</td><td>0.5前後</td></tr>
<tr><td>Miyazaki and Ishida（2022）</td><td>高額納税者公示（国税庁）</td><td>課税所得（納税額1,000万円以上東京在住者）</td><td>0.158〜0.226</td><td>2期間パネル（差分横断）</td></tr>
</table>

とも考えにくい。これらを鑑みると，就労収入や課税所得を利用した推定においても，所得効果が存在しないと考えるのは難しいだろう。既述の通り，所得効果を把握する変数としては実効所得が用いられるが，実効所得は限界税率の関数であるから内生変数となる。したがって，所得効果を考慮しない研究では攪乱項と相関した変数が欠落していることになり，欠落変数に起因した内生性の問題が強く疑われることになる。

第2は，標本選択の問題である。例えば，高額所得者を標本とする場合，被説明変数（収入・課税所得）に基づいて標本が選択される。また，典型的な研究では被説明変数は対数変換されるから，収入や課税所得がゼロである観測値は標本から排除される。いずれの場合も被説明変数によって標本が選ばれることになるので，標本選択の問題が懸念される。

第3は，回帰モデルが2時点間（t と $t+k$）の階差モデルとして推定される場合，説明変数の内生性に十分に対処できていない可能性である。まず，次のような収入 y_{it} を表す回帰モデ

16）表1に見られるようにDCMを利用した推定は必ずしも所得効果は推定されていないが，二次形式で特定化された効用関数のパラメータは有意に推定されている（＝効用関数は準線形型ではないことが示されている）ため，所得効果の存在は自明である。

ルを考えよう。

$$\ln y_{it} = \eta \cdot \ln p_{it} + c_i + u_{it}$$

ここで，p_{it} は net-of-tax rate（$p_{it} \equiv 1 - T_t'(y_{it})$），$c_i$ は観察されない異質性，u_{it} は攪乱項である。なお，添え字 t は時点を，i は個体を表す。観察されない異質性 c_i を除くため，階差をとると，

$$\ln y_{it+k} - \ln y_{it} = \eta \cdot (\ln p_{it+k} - \ln p_{it}) + u_{it+k} - u_{it}$$

を得る。しばしば，この階差モデルにおいては，平均への逆行（mean reversion）[17] に対処すると称して，初期時点の被説明変数のスプライン $S(y_{it})$ が追加的な説明変数として加えられる。

$$\ln y_{it+k} - \ln y_{it} = \eta \cdot (\ln p_{it+k} - \ln p_{it}) + \xi \cdot S(y_{it}) + u_{it+k} - u_{it}$$

しかし，$y_{it} = \exp\{\eta \cdot \ln p_{it} + c_i + u_{it}\}$ であるから，$S(y_{it})$ と階差モデルの誤差項 $u_{it+k} - u_{it}$ は明らかに相関する。

内生性の問題はこれだけではない。超過累進課税の下での限界税率（T'）は y_{it} に依存するから，明らかに y_{it} から p_{it} への逆の因果が存在する。先行研究では，この内生性に対処するため税制変更を跨ぐように t 期と $t+k$ 期を設定し，次のような操作変数を利用する。

$$\Delta \ln \tilde{p}_{it+k}(y_{it}) \equiv \ln[1 - T'_{t+k}(y_{it})] - \ln[1 - T'_t(y_{it})]$$

ここで $T'_{t+k}(y_{it})$ は，$t+k$ 期の税制を制度変更前の個体 i の t 期における収入に適用することで得られる限界税率である。しかし，この操作変数は，$S(y_{it})$ と同様に階差モデルの誤差項 $u_{it+k} - u_{it}$ と明らかに相関するため，妥当な操作変数ではない。

また，税制変更の対象となる（と考えられる）所得層を表す二項変数を操作変数に利用する研究も多い。しかし，自身が属する所得層は被説明変数（＝収入や課税所得）によって決定されることを考えると，これもまた妥当な操作変数とは言いがたい。

Ⅳ．社会厚生と最適最高税率

前節までは単一の個人の効用変化に焦点を当てて議論を展開してきた。しかし，実際の経済は多様な消費者から構成されており，所得税制も超過累進制度のように，人々の異質性に対応できるような構成となっている。以下では，この異質性の源泉を賃金率もしくは就労収入に見いだし，異質な消費者を前提とする，労働所得課税に係る最適課税理論について紹介しよう。

Ⅳ－１．設定

賃金率が異なる複数の消費者を考える。以下では，それら消費者の各々を添え字 i で表す。他は今までのモデルと同一である。消費者 i の最適化問題は

$$\max_{c,y} u\left(c_i, \frac{y_i}{W_i}\right) \quad \text{s.t. } c_i = y_i - T(y_i) \qquad (44)$$

となる。効用関数の形は消費者間で同一と仮定する。内点解を前提とすれば，消費者は式44からの１階の条件

17）平均への逆行とは，ある時点で所得が高く（低く）なると，次の時点の所得は減少（増加）しやすいという現象を指している。これはある時点で所得に正（負）のショックが発生すると，次の時点の所得に負（正）のショックが発生しやすいことを意味するから，そもそもは攪乱項 u_{it} の負の系列相関 $\mathrm{cov}(u_{it+k}, u_{it}) < 0$ としてモデル化されるべきものであろう。

$$\left(1-T'(y_i)\right)\cdot\frac{\partial u\left(c_i,\frac{y_i}{W_i}\right)}{\partial c_i,}$$

$$=-\frac{\partial u\left(c_i,\frac{y_i}{W_i}\right)}{\partial h_i,}\frac{1}{W_i}$$

と予算制約（$c_i=y_i-T(y_i)$）を満たすように，就労収入を決定する。消費者の効用関数 $u(\cdot)$ の形状や税額・給付額を表す租税関数 $T(\cdot)$ の形状は同一であるから，$y_i=y(W_i)$，および，$c_i=c(W_i)$ と表記できる。ここから，消費者 i の間接効用関数も，以下のように W_i の違いのみによって説明される。

$$U_i=v(W_i)\equiv u\left(c(W_i),\frac{y(W_i)}{W_i}\right)$$

賃金率は個人の「稼得能力」を表していると解釈すれば，消費者の効用水準は能力に応じて異なることになる。

最適な税制 $T(\cdot)$ は，以下のサミュエルソン＝バーグソン型の社会厚生関数を最大化するように決定される。

$$S=S(U_1,\cdots,U_N)$$

この各消費者の効用を引数とする関数は，N 人の消費者から構成される社会における社会厚生水準 S を表し，この社会厚生水準 S が大きいほど当該社会の状況が好ましいと判断される[18)]。以下では，社会厚生関数を各消費者の効用に関して分離的な関数

$$S=S(U_1,\cdots,U_N)=\sum_{i=1}^{N}\psi(U_i)$$

$$=\sum_{i=1}^{N}\psi\left(v(W_i)\right)$$

として特定化する。ただし，$\psi'>0$，及び，$\psi''<0$ である。

ここで，N 人の能力は以下の J 個の値のうちいずれかをとるとしよう。

$$W^1<W^2<\cdots<W^{J-1}<W^J$$

等しい能力 W^j を有する消費者は，同一の消費額 $c^j=c(W^j)$，就労収入 $y^j=y(W^j)$，及び，効用水準 $U^j=v(W^j)$ を得るから，まとめてタイプ j として扱う。ここで，タイプ j に属する者の数を N^j とすると，社会厚生関数は

$$S=\sum_{i=1}^{N}\psi\left(v(W_i)\right)=\sum_{j=1}^{J}\psi\left(v(W^j)\right)\cdot N^j$$

と再表記できる。なお，目的関数に定数を掛けても最適化問題の解は変わらないから，以下では，上記に定数（$1/N$）を掛けた目的関数

$$\frac{S}{N}=\sum_{j=1}^{J}\psi\left(v(W^j)\right)\cdot\omega^j \qquad (45)$$

を利用する。ただし，重み $\omega^j\equiv N^j/N$ はタイプ j の人数比率である。

政府が社会厚生関数（式45）を最大化する際の制約は2つある。ひとつは政府の予算制約

$$\sum_{i=1}^{N}T(y_i)=R$$

である。ここで R は非負の定数であるが，税収が全て給付に利用される場合は $R=0$ となる。個人の予算制約より $T(y_i)=y_i-c_i$ であるから，政府の予算制約は

$$\sum_{i=1}^{N}\left(y(W_i)-c(W_i)\right)$$

$$=\sum_{j=1}^{J}\left(y(W^j)-c(W^j)\right)\cdot N^j=R$$

と再表現できる。この場合も，両辺に定数を掛けても制約の意味は変わらないので，

18）社会厚生関数やその実証分析の応用についての導入的な解説については，林ほか（2008）や林（2020）を，より進んだ解説については，Boadway and Bruce（1984）や Aller（2016）を参照。

$$\sum_{j=1}^{J}\left(y(W^j)-c(W^j)\right)\cdot\omega^j=r \qquad (46)$$

とタイプ別の人数比率ω^jを重みとする1人当たりの値として表現する。ただし，$r=R/N$である。

いまひとつの制約は自己選択制約である。標準的な設定では，政府は個人iの収入y_iのみ観察可能で，その能力W_iや労働時間h_iは観察できないと仮定される。この情報の非対称性が存在する状況では，特定のタイプjの個人が政府を騙すことで，他のタイプkの為に用意された仕組みを利用する可能性がある。したがって，あるタイプに属する個人が，他のタイプの為に用意された制度の下で実現する消費と余暇（消費と収入）の組み合わせより，自己のタイプの為に用意された制度の下で実現する消費と余暇の組み合わせを望む必要がある[19]。つまり，

$$u\left(c(W^j),\frac{y(W^j)}{W^j}\right)\geq u\left(c(W^k),\frac{y(W^k)}{W^j}\right)\forall j\neq k \qquad (47)$$

という条件である。

社会的に最適な税制を選択するという作業は，制約46と47の下，式45を最大化する租税関数$T(W^j)=y(W^j)-c(W^j)$，つまり，$c(W^j)$と$y(W^j)$の組み合わせを選択する作業となる。

Ⅳ－2．最適制御問題を利用した解法

前項における設定は問題を直感的に理解する際には有用ではあるが，最適な租税関数を求める場合には都合が悪い。最適な租税関数を特徴付けるためには，前節のように消費者の稼得能力を離散的に扱うのではなく，Mirrlees（1971）が行ったように稼得能力を連続的に扱う方が容易である。つまり稼得能力を連続変数Wとして捉え，その分布を累積確率分布$F(W)$および密度関数$f(W)=F'(W)$によって特徴付ける。この場合，式45に対応する社会厚生関数は

$$S(W)=\int_0^{\infty}\psi\left(v(W)\right)\cdot f(W)dW \qquad (48)$$

と表記され，式46に対応する政府の予算制約は

$$\int_0^{\infty}\left(y(W)-c(W)\right)\cdot f(W)dW=r \qquad (49)$$

と表記される。ここでは，消費者の「人口」は1に基準化され，積分記号∫は式45と式46の総和記号Σに，密度関数fdWは式45と式46の比率$\omega^j\equiv N^j/N$に対応する。さらに，式47に対応する自己選択制約は

$$\frac{dv}{dW}=-\frac{\partial u}{\partial h}\frac{h}{W} \qquad (50)$$

と表現できる[20]。

したがって，この問題は，$v(W)$を状態変数，$y(W)$を統制変数とした最適制御問題として定式化できる。そこでは，Wの値に沿って，消

19）具体例としては，収入のみに基づいて，高い能力の個人に課税をし，低い能力の個人に給付を行うというケースが分かりやすい。この仕組みでは，高い能力を有した者が労働時間を調整し低い収入を得ることで，課税を逃れるとともに給付を受け取ることが可能になる。問題は，そのような就労調整を行う動機が個人にあるかどうかである。そして，ここでの自己選択制約は，能力の高い個人にそのような動機をもたせないという条件になる。

20）この自己選択制約は以下のように求められる。比較の基準となる者（自分）の能力Wと比較対象になる者（他者）の能力W'を考える。能力W'の他者が能力Wの自分向けの制度を利用しない場合，彼らが得る効用$v(W')$の値は最低でも$u(c(W), y(W)/W')$と等しくなる（$v(W')\geq u(c(W), y(W)/W')$）必要がある。ここで$W'=W+\delta$とすると，$v(W')=v(W+\delta)=v(W)+\delta dv(W)/dW$，及び，$u(c(W), y(W)/(W+\delta))=u(c(W), y(W)/W)+\delta(\partial u/\partial h)\cdot d(y(W)/W)/dW$と近似でき，$v(W)\equiv u(c(W), y(W)/W)$であることを利用すると，$\delta dv(W)/dW=(\partial u/\partial h)\cdot d(y(W)/W)/dW$を得る。この最後の表現を整理すると式50となる。なお，これは必要条件であり十分条件ではない。この必要条件の下で，自己選択制約が成立するための十分条件は$dy(W)/(dW\geq 0)$であることが知られている。

費 $c(W)$ と効用 $v(W)$ の最適な経路が求められ，また，$v(W) \equiv V(c(W), y(W), W)$ を利用して，収入 $y(W)$ の最適経路が求められるから，これら消費と収入の経路より，最適な租税関数 $T(y(W)) = y(W) - c(W)$ が導出される。

Ⅳ－３．労働供給の弾力性と最適税率

前項の設定のまま解析的に最適税率を特徴付けることは可能であるが，その解釈自体は十分に示唆的ではない（Atkinson and Stiglitz 1980, pp. 412-419）。したがって，後に続く研究では，効用関数や社会厚生関数を特定化し，尤もらしいパラメータ値のもとで最適税率が数値計算されてきた（e.g., Tannien et al. 2019）。

その一方で，効用関数を扱いやすい形に特定化し，解析的に意味があるフォーミュラも導出されている。特に Diamond（1998）は，効用関数が準線形（式 5）である場合，既述の最適制御問題の 1 階の条件から以下の表現を導出している[21]。

$$\frac{T'\big(y(W)\big)}{1-T'\big(y(W)\big)} = \left(1+\frac{1}{\eta(W)}\right) \cdot \left(1-\frac{\int_W^\infty \psi' f(s)\,ds/\big(1-F(W)\big)}{\int_0^\infty \psi' f(s)\,ds/\big(1-F(0)\big)}\right) \cdot \left(\frac{1-F(W)}{W\cdot f(W)}\right) \qquad (51)$$

この表記は以下のように解釈できる。

第 1 に，式 51 の左辺は消費（税引き後所得）c の限界税率（dT/dc）である。予算制約より $dc = dy - T'dy$，並びに，租税関数より $dT = T'dy$ を得るから，それらを利用すると，

$$\frac{dT}{dc} = \frac{T'dy}{dy - T'dy} = \frac{T'}{1-T'}$$

を得る。したがって，式 51 の値が得られれば，就労収入の限界税率は $T' = (dT/dc)/(1 + dT/dc) = 1/(1+1/(dT/dc))$ として算定できる。また，この算定式から，消費の限界税率 dT/dc が増加すると，就労収入の限界税率 T' も増加することが理解できる。

第 2 に，式 51 の右辺第 1 括弧は，Ⅱ節およびⅢ節でみた税の歪みを反映している。$\eta(W)$ は，稼得能力 W を有する消費者の労働供給の賃金率弾力性である。括弧内の値は弾力性が大きいほど（労働供給が価格に敏感に反応するほど）小さくなるから，他の条件が等しければ，それに応じて限界税率も低くなる。なお，準線形の効用関数では所得効果は存在しないから，この値は補償弾力性と一致し，正の値をとる。

第 3 に，式 51 の第 2 括弧は上位能力者の社会的軽視度を表し，この値が大きくなるほど限界税率は高くなる。第 2 項の分子における $1-F(W)$ は（人口を 1 に基準化した場合の）W より上位の能力者の規模であるから，それで割られている同分子は同上位能力者達の効用の限界社会厚生の平均値と解釈できる。一方，全人口規模が $1-F(0)=1$ と表されることに留意すると，第 2 項の分母は消費者全員の効用の限界社会厚生の平均値と解釈できる。したがって，第 2 括弧内の第 2 項は，上位能力者達の相対的な社会的重要度となる。この値を 1 から引いた残りが第 2 括弧の値であるから，社会厚生関数が W より上位の能力者を相対的に低く評価するほど限界税率は増加することになる。また，W が高い者ほど $\psi'(\cdot)$ は低くなるため第 2 項は 1 以下となり，第 2 括弧の値は非負であることもわかる。なお，最も低い稼得能力 $\underline{W}$ を有する消費者にとって，第 2 項の分子は $\int_{\underline{W}}^\infty \psi'\big(v(s)\big) f(s)\,ds/\big(1-F(\underline{W})\big) = \int_0^\infty \psi'\big(v(s)\big) f(s)\,ds/\big(1-F(0)\big)$ となるため，第 2 項の値は 1 となる。したがって，最低稼得能力者にとって第 2 括弧の値はゼロになり，その最適な限界税率もゼロになる。

最後に，第 3 括弧は賃金率の分布のうち，W の値をとる者の位置を特徴づけている。稼得能力の上限 W^* が存在する場合，第 3 括弧の分子は $1-F(W^*)=0$ となるから，最も高い稼得能

21）最適制御理論を用いた式 51 の導出については，Salanié（2011, pp. 101-105）を参照。

力 W^*を有する消費者が直面する最適限界税率もゼロとなる。つまり，最も高い能力をもつにもかかわらず，限界的な税負担から免れることができる。一方，稼得能力の上限が存在しないならば W の有限値では $1-F(W)>0$ となるので，限界税率も正の値をとる。

Ⅳ－４．就労収入の弾力性と最適税率

前項では能力 W に関し最適限界税率を特徴づけたが，Saez（2001）は能力 W の代わりに就労収入 y を用いて最適税率を特徴付けている。Saez（2001）の定式の利点は，実際の限界税率のように最適な限界税率が収入に紐付けられることに加え，その定式自体を以下のように直感的に導出できる点にある。

以下では，収入 y から $y+\delta$ まで（$\delta>0$）の収入区間［$y,y+\delta$）に適用される限界税率 T'を増加させることの帰結を考える。なお，ここの値 y は変数ではなく，具体的な所与の値であることに留意したい。なお，ここでも準線形の効用関数（式５）と予算制約 $c=y-T(y)$ を前提とする一方で，就労収入 y の分布は累積確率分布 $Q(y)$ と確率密度分布 $q(y)=Q'(y)$ で表現する。また，消費者の人口規模は１に基準化する。

まず，限界税率の増加が適用される区間を「標的区間」，税率変化前に標的区間の収入 $\bar{y}\in[y,y+\delta)$ を稼得していた消費者を「標的」と呼ぶ。標的への効果は以下のように導出できる。限界税率変更による標的の収入変化を $d\bar{y}$ とすると，その収入変化による標的各人の税額変化は $dT=T'(y)d\bar{y}$ となる。区間の幅 δ が十分小さい場合，標的の規模は $q(y)\delta$（＝密度×幅）として近似できるから，標的全員からの税収変化は $q(y)\delta T'd\bar{y}$ となる。ここで就労収入の弾力性の定義を用いると[22]，標的全員からの税額変化は

$$q(y)\delta T'(y)d\bar{y}=-q(y)\frac{T'(y)}{1-T'(y)}e\bar{y}\delta dT'(y) \quad (52)$$

と再表現できる。この収入変化（$d\bar{y}$）による標的各人の効用変化は $dU=(1-T'-b'/W)d\bar{y}$ となるが，微少な変化の場合は，１階の条件（$1-T'=b'/W$）により効用は変化しない（$dU=0$）ことが理解できる。

次に，標的区間の上限 $y+\delta$ より上位の区間［$y+\delta,\infty$）を「上位区間」，収入 $\hat{y}\in[y+\delta,\infty)$ を稼得する消費者を「上位者」と呼ぶ。ここでは上位者への効果を考える。上位者各々が支払う税額の変化は $\delta dT'(y)$ と近似でき[23]，上位者の規模は $1-Q(y+\delta)$ と表されるから，上位者全員の税額変化は以下のように表現できる。

$$(1-Q(y+\delta))\,\delta dT'(y) \quad (53)$$

上位者各人の税額変化（$\delta dT'(y)$）は，彼らより収入が下位に位置する標的区間での限界税率変化による。その変化は上位者が直面する価格は変えないため，上位者の就労収入に影響を与えるのは所得効果のみとなる。しかし，効用関数は準線形であるから，上位者の就労収入 $\hat{y}$ は変化せず，消費のみが税額の増加分だけ減少する（$dc=-\delta dT'(y)$）ことになる。この結果，上位者の効用変化 dU は，準線形の仮定（式５）より，以下のように表現できる。

$$dU=dc=-\delta dT'(y) \quad (54)$$

上記をまとめると標的区間における限界税率の微少な増加は，標的からの税収増加（式52）と上位者からの税収増加（式53）をもたらす。その一方で，その増加は，上位者の効用だけを

22）この弾力性の定義は $e\equiv((1-T')/\bar{y})/(d\bar{y}/d(1-T'))$ である。$d(1-T')=-dT'$に留意し，この定義を $d\bar{y}$ について解けば，$d\bar{y}=-dT'\cdot e\cdot\bar{y}/(1-T')$ を得る。

23）これは図２を用いて説明しよう。図２ではブラケットを労働時間で計っているので，$\delta=(H_2-H_1)W$ と理解できる。ここで m_2 が Δm_2 変化する（$\Delta m_2\cong dT'(y)$）と，第３ブラケット（及びそれより上位のブラケット）における実効所得（m_2-m_1）$WH_1+(m_3-m_2)WH_2$ が $-(H_2-H_1)W\Delta m_2=-\delta\Delta m_2$ 変化することが理解できる。ここで第３ブラケットの限界税率 m_3 は一定に保たれているので，第３ブラケットで選択をしている消費者にとって，$\Delta m_2>0$ の場合，この実効所得の変化 $-\delta\Delta m_2$ は $\delta\Delta m_2$ 分の定額税の増加と同値となる。

減少させる（式 54）。

社会にとって政府収入 1 単位の社会的価値と上位者の効用増加 1 単位の社会的価値は同じではない。したがって，これらの数量を社会的な評価として比較可能にする必要がある。

まず，個人効用（式 54）の評価である。個人の効用変化（$-\delta dT'(y)$）の社会的重要性は収入に応じて異なる。この社会では，収入 s を稼得する者の効用の増加 1 単位はウエイト $\gamma(s)$ で評価されるとしよう。なお，不平等回避的な社会においては，$\gamma(s)$ は収入 s が増えるに従い減少する（$\gamma'(s)<0$）。このウエイトを利用すると，上位者全員の効用変化の社会的価値は，

$$\int_{s=y+\delta}^{\infty}\gamma(s)\,dUq(s)\,ds = -\delta dT'(y)\int_{s=y+\delta}^{\infty}\gamma(s)q(s)\,ds \qquad (55)$$

と表記できる。この上位者各人の効用減少（式 55）の社会的価値を，政府収入の増加（式 52＋式 53）と比較するためには，政府収入の変化を社会的価値に転換する必要がある。そのための乗数を λ と表すと[24)]，式 55 と比較すべき政府の税収変化（式 52＋式 53）の社会的価値は

$$\lambda\cdot\left\{-q(y)\frac{T'(y)}{1-T'(y)}e\bar{y} + \Big(1-Q(y+\delta)\Big)\right\}\delta dT'(y) \qquad (56)$$

となる。最適な限界税率は，社会的限界純便益（式 55＋式 56）がゼロになる税率である。したがって，等式（式 55＋式 56＝0）を整理すると[25)]，

$$\frac{T'(y)}{1-T'(y)}=\frac{1}{e}\cdot\Big(1-\bar{g}(y)\Big)\cdot\left(\frac{1-Q(y)}{y\cdot q(y)}\right) \qquad (57)$$

を得る。ただし，$\bar{g}(y)\equiv\lambda^{-1}\int_{s=y+\delta}^{\infty}\gamma(s)q(s)ds/\Big(1-Q(y)\Big)\in[0,1]$ は，社会における上位者の限界的な重要度を表している[26)]。

式 57 は式 51 と類比的である。式 57 の右辺第 1 括弧内の弾力性の表記は若干異なるが，式 51 と同様，弾力性 e が増加すると最適限界税率は低下する。第 2 括弧内の第 2 項の解釈も式 51 のそれと同様であり，上位者の限界的な社会的重要度を示している。したがって，上位者の重要度が低くなる程度に応じて，税率は高くなる。また同様に，最低収入を得ている者の税率はゼロになる。最後に，能力の分布の代わりに収入の分布が用いられているが，第 3 括弧内の表現も式 51 と類比的である。ここでも収入の上限 y^* が存在すると，$1-Q(y^*)=0$ より，この最高収入を得ている者の最適税率はゼロとなる。

Ⅳ－5．最適最高税率の推定

式 57 から理解できるように，収入の弾力性 e，上位者の社会ウエイト $g(\cdot)/\lambda$，及び，収入の分布 $Q(y)$ を算定できれば，収入 y に関して最適な限界税率のスケジュールを算定出来る。実際，幾つかの先行研究はこれらに適当な値を当て嵌めて，複数の最適課税スケジュールを算定している。利用されるパラメータ，効用関数の

24）この乗数は政府収入 1 単位が社会的にどれだけの価値をもつかを表すのであるから，それは各消費者に 1 単位の定額給付を行った場合の限界的社会厚生 $\lambda=\int_0^\infty\gamma(\cdot)q(s)ds$ として解釈できる。ただし，ここでは式 55 におけるウエイトの用法より，ベンサム型の分離的な社会厚生関数を想定している。なお，式 48 の表記を用いれば，$\psi'(\cdot)=\gamma(\cdot)$ となる。

25）式 55＋式 56＝0 について，税率を変化させる収入の幅 δ は微少（$\delta\to 0$）であるから，$y+\delta\to y$，及び，$\bar{y}\to y$ として，残った等式を整理する。

26）$\psi'(\cdot)=\gamma(\cdot)$ であり，$1=1-Q(0)$ であるから，$\lambda=\int_0^\infty\psi'(\cdot)q(s)ds=\int_0^\infty\gamma(\cdot)q(s)ds/\Big(1-Q(0)\Big)$ と表記できる。つまり，人口規模が 1 に基準化されているので，λ は，社会の構成員全員の限界社会厚生の平均値（1 人当たり値）として解釈できる。また，$\bar{g}(y)$ の分母 $\int_{s=y}^\infty\gamma(s)q(s)ds/\Big(1-Q(y)\Big)$ も $1-Q(y)$ は上位者の人口であるから，上位者 1 人当たりの限界社会厚生（平均値）と解釈できる。限界社会厚生は高収入者のほうが低くなるから，それらの平均値は全体（分母）よりも，上位者（分子）のほうが小さくなり，$\bar{g}(y)$ の値は 1 より小さい値となる。

形状，社会厚生関数の形状等で結果は異なるが，算定された最適税率表は，多くの場合，必ずしも超過累進にはならない（e.g., Boadway 2012）。例えば，収入に上限が存在する場合，最も高い収入を稼得する者の限界税率はゼロになる。

特定の仮定に基づかざるを得ない社会厚生関数の形状は別にして，他のパラメータや効用関数については適切なデータを反映した推定値を得る努力が必要である。しかし，全ての収入水準に関して，必要なパラメータを適切な方法に基づいて推定することは容易ではない。そのような背景もあって，最適な限界税率の算定は一部の収入区分，特に，高額所得者を対象にした最高税率の算定に絞って展開されてきた。しかしながら，まだ課題も多い。

第1に，日本における弾力性の推定値に関しては，前節で見た通り，未だ信頼できる推定値は得られていない。特に高額所得者に関しては公的統計では上手くサンプリングされていないこともあり，個票単位での税務データの利用が必須となっている。また，弾力性の値が収入に関わらず一定とは考えにくいから，収入水準に応じて異なる弾力性を推定する必要がある。

第2は，社会ウエイト $g(\cdot)/\lambda$ の数値に関する。このウエイトは，社会厚生関数の導関数である限界的社会厚生関数の形状，並びに，個人の効用関数から導出される所得の限界効用に依存する。準線形の効用関数では所得の限界効用は1であるから個人効用にかかる配慮は不要となるが，本来は，所得水準によって変化する所得の限界効用も視野にいれて検討を加える必要がある[27)]。しかし，$g(\cdot)/\lambda$ の値に係る日本の先行研究をみると，機械的に0から1までの値を適当に振り分けて算定しているようだ。

第3に，収入分布の正確な把握も必要である。全ての収入に関する最適税率スケジュールを描く場合は，当然，収入分布全てを正確に推計する必要がある。式51が必要とする能力（賃金率）の分布よりは把握が容易であると考えられるが，既述のように収入区分によっては十分なサンプリングがされているとは言い難く，限界もあろう。

なお，高額所得者の収入分布を特徴づける場合にはパレート分布が多用されている。これには当該分布が高額所得者の収入分布を上手く近似できるという考えが広く共有されていることもあるが，パレート分布を前提とすると式57の第3括弧内の値を，以下のように1つのパラメータで簡便に表現できることもその要因であろう。

パレート分布の密度関数は

$$q(y:\alpha,\beta)=\frac{\alpha\beta^{\alpha}}{y^{1+\alpha}}$$

と定義されるから，パレート分布を用いると式57の第3括弧は

$$\frac{1-Q(y)}{y\cdot q(y)}=\frac{\int_{s=y}^{\infty}\alpha\beta^{\alpha}s^{-1-\alpha}ds}{y\alpha\beta^{\alpha}y^{-1-\alpha}}$$

$$=\frac{\alpha\beta^{\alpha}\cdot\left(\lim_{s\to\infty}-\alpha^{-1}s^{-\alpha}+\alpha^{-1}y^{-\alpha}\right)}{y\alpha\beta^{\alpha}y^{-1-\alpha}}=\frac{1}{\alpha}$$

と，パレート係数と呼ばれるひとつのパラメータ α で表現できる。なお，α の値が大きくなるほど分布の散らばりは小さくなる[28)]。

日本の高額所得者の分布に係る実証分析は多くないが，パレート係数については幾つかの推計値がある。青木（1979）は，1977年の「家計調査」を用いて，パレート係数を $\alpha=1.3$ としている。溝口（1987）は，高額納税者公示からの上位3,000人を用いて，1962年から1982年までのパレート係数を算定している（75年～82年の単純平均は $\alpha=2.54$）。一方，岩本・濱秋（2008）は97年・2000年・2003年の「国民生活基礎調査」からの総所得が2,000万円以上のデータを用いて $\alpha=3$ と推計している。最

27）式57は簡素化のため所得効果の無い個人効用（準線形）を前提としているが，一般的な効用を前提にした同様のフォーミュラも導出されている。この場合，非補償弾力性と所得効果を分離して推定する必要がある。詳しくはSaez（2001）を参照のこと。

28）ただし，パレート分布の2次モーメント（分散）は $\alpha>2$ でないと存在しない。

後に國枝（2012）は2003年の高額納税者公示の上位7,000人を利用し，大凡$\alpha=2.02\sim2.40$の推計値を得ている。

ただし，これらの研究が利用したデータにも課題がある。「家計調査」や「国民生活基礎調査」の場合，高額所得者のサンプリングが十分でない。また，高額所得者公示に関しては現在では公示されていない。データが存在する期間であっても，1983年以降は納税額のデータしかなく，課税所得や就労収入は幾つかの仮定の下，納税額から逆算するしかない。さらに，調査票から得られる所得（収入）の種類は，本節における理論が前提としていない，非労働所得も含まれている。いずれにせよ，より精度が高い推計のためには実際の税務データの個票情報が必要となる。

Ⅴ．離散選択と低所得者への補助

今までの議論は全ての消費者が常に正の労働量を供給することを前提としていた。つまり，どれだけ就労するかという連続的な時間調整（intensive margin）の問題であり，就労をする・しないという離散的な就労参加（extensive margin）の問題ではなかった。後者の離散的な選択を前提とすると，就労時間調整のみを前提とする場合とは異なった理論分析が得られることが知られている。また，前節では高額所得者に係る最適税率を議論したが，離散的な意思決定に係る考察は，低所得者への課税・給付を考える際により適した分析になると考えられる。

Ⅴ－1．離散選択モデル

以下では，Saez（2002）による離散選択モデルを紹介しよう。ここではⅣ-1のように，消費者iの賃金率（能力）がJ個の値

$$W^1 < W^2 < \cdots < W^{J-1} < W^J$$

のうちいずれかの値をとるものとする。これらJ個のタイプの消費者の選択は，特定の時間で働くか否かという選択に限られる。つまり，いったん賃金率W^jの仕事を選ぶと，固定された労働時間h^jを働かねばならず，その結果，就労収入$y^j=W^jh^j$も固定されると仮定する。

したがって，租税関数は，

$$T(y^j)=1(\text{work})\cdot T^j+(1-1(\text{work}))\cdot T^0$$

と表現できる。ここで，1(work）は，就労時に1となり，非就労時に0となる2項変数である。また，T^0は働かないとき（収入がゼロの時）に給付される移転額である。ここでT^jは税額として定義されているので，$T^0<0$となる。

ここでも準線形の効用関数を想定する。ただし，今までと異なり，余暇からの効用部分$b_i(\cdot)$が消費者毎に異なると仮定する。なお，同一タイプjに属する消費者iの間では，就労する場合，収入は同一なので，税額も同一である。

タイプjに属する消費者iが就労する場合の効用は

$$U_i^{j1}=c^j+b_i\left(1-\frac{y^j}{W^j}\right)$$

と表現できる。予算制約（$c=y-T$）により，消費（税引き後収入）はタイプ内で均一になる（$c_i=c^j=y^j-T^j$）その一方で，余暇からの効用の水準$b_i(1-y^j/W^j)$は個人間で異なる。

タイプjに属する消費者iが不就労の場合，その効用は

$$U_i^{j0}=c^0+b_i(0)$$

と表記できる。この場合，$c_i=c^0=-T^0$となるので，どの消費者のタイプであっても，効用水

準は同一の値となる。

上記より，$U_i^{j1}-U_i^{j0}>0$，つまり，

$$(c^j-c^0>b_i(0)-b_i(1-y^j/W^j) \tag{58}$$

ならば，タイプ j の消費者 i は就労する。なお，同一タイプの個人間では c^j-c^0 は同一の値をとるが，$b_i(0)-b_i(1-y^j/W^j)$ は個人毎に異なるため，同一タイプ内でも就労者と不就労者が混在することになる。また，税額は c^j-c^0 を変化させるが，$b_i(0)-b_i(1-y^j/W^j)$ には影響を与えない。したがって，タイプ j の就労者数 x_j に対する税の影響は，関数

$$x_j=x_j(c^j-c^0)$$

として表現できる。ただし，$x_j'\equiv dx_j/d(c^j-c^0)>0$ である。この関数を用い，就労者数の弾力性（以下,「参加弾力性（participation elasticity)」と略）を

$$\xi^j=x_j'\cdot\frac{c^j-c^0}{x_j} \tag{59}$$

と定義する。ここで，人口規模を１に基準化すると，不就労者の規模は

$$x_0=1-\sum_{j=1}^{J}x_j(c^j-c^0)$$

と表記できる。

Ｖ－２．離散選択下での最適税率

タイプ j の就労者にかかる税額が微少に増加（$dT^j>0$）する場合を考えよう。まず，課税前にタイプ j の消費者が就労している場合，①そのまま就労を続ける場合と②就労を止める場合の２つの可能性がある。①となる消費者の効用水準は増税額分だけ減少する（$dU^j=-dc^j=-dT^j$）[29]。dT^j の大きさは微少であるから，②となる消費者は殆ど $U_i^{j1}=U_i^{j0}$ であった消費者である。したがって，彼らの効用は殆ど変化しないと考えて良い。次に，課税前にタイプ j の消費者が不就労である場合，③増税後もそのまま不就労である場合と④増税によって就労を開始する場合が考えられる。③の消費者は引き続き課税されないため，増税の後でも効用は変化しない。なお，増税によって就労から得られる効用が更に下がることになるので，④のケースは理論的には考えられない。したがって，ここでは効用が変化する①の場合のみを考慮すれば良い。

前節と同様，各消費者の効用変化に付す社会的ウエイト γ を考える。ただし，ここで社会的ウエイトは消費額 c に依存[30]し（$\gamma=\gamma(c)$），消費額とともに逓減すると仮定する（$\gamma'(c)<0$）。既に見たように，就労者の消費額は，タイプ間では異なるがタイプ内で同一となるから，タイプ j の就業者 i は全て同じウエイト $\gamma^j\equiv\gamma(c^j)$ が付される。したがって，タイプ j の就労者各々の効用変化は $dU^j=-dT^j$ であるから，彼ら全員 x^j 人の効用変化の社会的価値は，

$$-\gamma^j x_j dT^j \tag{60}$$

と表記できる。

最後に政府収入の変化を考える。税収はタイプ j の就労者１人から dT^j 増えるから，ⓐ全体の税収増は $x_j dT^j$ となる。しかし，この増税により，不就労者も増加する。就労を止めると税額 T^j の納付が無くなり，給付 $-T^0$ を受け取ることになるため，税収が就労停止者１人あたり T^j-T^0 減少する。ここで就労者数の変化は $-x_j'dT^j$ 人であるから，ⓑ就労者減を経由した税収変化は $-(T^j-T^0)x_j'dT^j$ となる。ここで，式59を用いて政府収入全体の変化（ⓐ＋ⓑ）を表記すると，$[1-(T^j-T^0)\xi^j/(c^j-c^0)]x_j dT^j$ となる。ここで，前節と同様，政府収入を式60の単位に転換する乗数を λ と表すと，

29）働き続ける場合，就労収入は変化しないから，消費額は増税額分だけ減少する（$dc^j=-dT^j$）。そして，効用関数は準線形であるから，消費額の減少分だけ効用水準が減少する（$dU^j=-dc^j=-dT^j$）ことになる。

30）この仮定は効用水準を引数とする標準的な社会厚生関数の評価方法とは異なる。Saez（2002）は，政府は消費や収入しか観察できないことを，この仮定の理由にしている。

政府収入変化の社会的価値は

$$\lambda \cdot \left(1 - \frac{T^j - T^0}{c^j - c^0}\xi^j\right) x^j dT^j \tag{61}$$

と表現できる。前節と同様，λは各消費者に政府収入と同じ単位の財1単位を定額給付した場合の限界社会厚生 $\lambda = \Sigma_{j=0}^{J} x_j \gamma(c^j)$ と解釈できる[31)]。

最適な税額の必要条件は，式60と式61を足した社会的限界純便益がゼロになることである。この等式（式60＋式61＝0）を整理すると

$$\frac{T^j - T^0}{c^j - c^0} = \frac{1 - g^j}{\xi^j} \tag{62}$$

を得る。ここで $g^j \equiv \gamma(c^j)/\lambda$ はタイプ j の就労者に付される社会厚生ウエイトである。式62は，前節までの就労時間調整モデルで示した限界税率 $T'/(1-T')$ と同様に解釈できる。第1に，左辺はタイプ j の非就労者が就労選択をする場合の税引き後就労収入（可処分所得＝消費）を課税ベースとした限界税率（$\Delta T/\Delta c$）である。つまり，就労を開始すると可処分所得（消費）が $\Delta c = c^j - c^0$ 増えるが，それに伴い税額も $\Delta T = T^j - T^0$ 増える。第2に，右辺分子における g^j は，タイプ j の就労者の社会的ウエイトである。したがって，ウエイトが大きいタイプの就労者ほど税率は低くなることが分かる。第3に，右辺の分母は，参加弾力性が表す効率性指標である。ここでも弾力性が大きくなれば，税率は小さくなる。

式62を用いると，以下の2つの重要な結果を確認することができる。第1に，最も賃金率が低いタイプ1の税率は負になる。社会的ウエイトの定義 $g^j \equiv \gamma(c^j)/\lambda$，及び，$\lambda = \Sigma_{j=0}^{J} x_j \gamma(c^j)$ より，

$$\sum_{j=0}^{J} x_j g^j \equiv \frac{\Sigma_{j=0}^{J} x_j \gamma(c^j)}{\lambda} = 1 \tag{63}$$

を得る。$\Sigma_{j=0}^{J} x_j = 1$ と設定しているため，式63より g^j の平均値は1となる。そして，g^j の値は正で，j が大きくなるにつれ小さくなるため，$g^1 > 1$ であると理解できる。式62より，$g^1 > 1$ ならば，$T^0 < 0$ であるから，$T^1 < 0$ となる。つまり，最も賃金が低いタイプの就労者には課税でなく，給付を行うべきという示唆を得る。この結論は，就労時間調整のみを前提とする前節における結果（就労収入が低い場合でも限界税率は非負となる）と異なる。また，この低所得者に負の課税，つまり，税制を通じて給付を行うという命題は，就労促進的な還付可能な税額控除（refundable tax benefits）を理論的に支持する結果でもある。

第2に，式62により離散選択を前提とした税額構造を特徴づけることができる。式62を移項して整理すると，

$$T^j = \frac{c^j - c^0}{\xi^j}(1 - g^j) + T^0 \tag{64}$$

を得る。ここから，上位タイプでは（j が増加すると），c^j と $1 - g^j$ の双方は増加するので，上位タイプの ξ^j の値が減少しなければ，上位タイプほど税額が増加することになる。

Ｖ－３．参加弾力性の推定

上記のように，消費者の就労選択が離散的である場合でも，最適な限界税率は弾力性（参加弾力性）に依存する。つまり，ここでも弾力性の推定が重要になる。この弾力性は，プロビット・モデルやロジット・モデルのような就労確率を推定するための2項反応モデルによって推定されることになるが，以下の2点に留意する必要がある。

第1に，参加弾力性の定義（式59）に従う限り，就労と不就労の場合の可処分所得（消費額）の差（$c^j - c^0$）に対する就労確率の反応を推定する必要がある。しかし，標準的な状況では就労時か不就労時のいずれかの可処分所得しか観察できない。この問題に対処するため，例えば，Meghir and Phillips（2010）は，個人の

31）注24を参照。

属性に条件づけた賃金関数を別途推計し，同一個人の不就労時の賃金を推定している。

第２に，能力（賃金率）別に就労確率を推定する必要がある。ただし，就労収入別（所得階級別）の標本を用いれば良いという訳ではない。というのも，所得階層別の標本には就労者しか含まれないからである。既述の理論モデルでは，同一タイプの中に就労者と非就労者が存在することを前提としていた。したがって，実際は人的資本に資すると考えられる学歴などの個人属性によって下位標本を作り，それらを用いて推定を行うことになろう。既述の負の税率に係る理論的結果に配慮すれば，収入が低い就労者・非就労者に絞った実証分析が重要になる。

日本の労働者を対象にした就労確率の推定は多々あるが，上記２点に配慮した実証分析は存在しないようだ。ただし，低収入者の就労確率を扱った研究としては，山田ほか（2013）がある。そこでは，生活保護世帯を対象とした「社会保障生計調査」を利用した世帯×月別パネルデータを用いて，母子世帯の就労確率を推定している。しかし，そこでは母子加算の復活の効果が推定の対象であり，上記の参加弾力性が推定されている訳ではない。また，推定に用いられた「社会保障生計調査」の世帯数は177と小さく，利用できる標本としては，家計調査のように一定期間毎月家計簿を付けることができる世帯に限られている。

その一方で，「被保護者調査」の調査票データを用いることが出来れば，上記の問題に対処した参加弾力性の推定が可能かも知れない。第１に，生活保護制度を利用すれば，不就労時の可処分所得は最低生活費（生活保護基準額）となり，就労時の可処分所得は最低生活費に基礎控除額を加えた値となる（林2023）。したがって，就労被保護者に関しては双方のデータが入手可能である。一方，不就労被保護者に関しては，当該被保護者が働いた場合の就労収入を推定する必要があるが，被保護者調査からは多数の被保護者属性に係るデータが利用可能であり[32]，比較的容易に当該就労収入を推定出来ると考えられる。第２の問題については，山田ほか（2013）のように，生活保護受給者全体をひとつの下位タイプとみなし，就労および不就労双方の被保護者データを用いることで，就業確率を推定することになるであろう。

Ⅵ．さいごに

本論では，ペダゴジカルな観点から，所得課税の設計に係る議論の骨格やそこで参照されるべき実証分析を紹介してきた。したがって，本稿の狙いは，最新研究を含む労働所得課税論を漏れなくサーベイ・解説することではない。したがって，さらなる知見を求める読者におかれては，Boadway（2012），Salanié（2011），Tanninen et al.(2019)，Kaplow（2022）等を参照されたい。マーリーズ・レビューに見ることができるように，最適課税論は単なる理論的論考に留まらず，実際の課税制度を設計するにあたって極めて有用な視角を提供する。そして，理論的命題に立った税制の設計には，適切な実証分析が必要となる。しかしながら，本稿で見たように，日本ではそのような実証分析は量的にも質的にも十分に行われているとは言いがたい。これにはデータを提供する公共部門と，データを活用する研究者双方の問題が絡み合っていると考えられる

32）残念ながら「被保護調査」では学歴は調査対象になっていないため学歴毎の分析は不可能であるが，林（2023）で示されている属性データは利用可能である。

（e.g., 林 2020）が，近年は，公的統計データの二次的利用の促進，国税庁による税務データを利用した共同研究の開始，自治体単位での行政データの研究利用の拡大など，徐々に公共部門の対応は前進している。研究者側も，これらの明るい兆しに歩調を合わせるように，自らの研究を深化させる必要があろう。

参 考 文 献

青木昌彦（1979）『分配理論』筑摩書房.

岩本康志・濱秋純哉（2008）「租税・社会保障制度による再分配の構造の評価」『季刊社会保障研究』44(3)，pp. 266-277.

上村敏之・北村智紀・金田陸幸（2016）「税制改正にともなう家計の所得弾性値—高齢者パネルデータによる実証分析」『経済学論究（関西学院大学）』69(4)，pp. 1-16.

北村行伸・宮崎毅（2013）『税制改革のミクロ実証分析—家計経済からみた所得税・消費税』岩波書店.

國枝繁樹（2012）「新しい最適所得税理論と日本の所得税制」『日本経済研究』(67)，pp. 21-38.

栗田広暁（2019）「扶養控除額の変化が所得税の限界税率を通じて家計に与えた影響の分析—税引き後弾性値の推計」『財政研究』15, pp. 181-193.

高橋新吾（2010）「配偶者控除及び社会保障制度が日本の既婚女性に及ぼす労働抑制効果の測定」『日本労働研究雑誌』(605)，pp. 28-43.

内閣府政策統括官（2001）「1990 年代における所得税制改正の効果について」政策効果分析レポート No. 9.

林正義（2000）「公的資金の限界費用—概念と算定式」『経済研究（明治学院大学）』(117)，pp. 25-39，明治学院大学.

林正義（2003）「税制と労働供給—我が国における実証分析をめぐって」『経済研究（明治学院大学）』(128)，pp. 19-34.

林正義（2020）「課税政策における EBPM—労働所得税とマイクロシミュレーションの活用を中心に」大橋弘（編）『EBPM の経済学：エビデンスを重視した政策立案』東京大学出版会，241-270，pp. 2020.

林正義（2023）「生活保護と就労収入—2013 年基礎控除改定の効果を巡って」『フィナンシャルレビュー』(本号)

林正義・小川光・別所俊一郎（2008）『公共経済学』有斐閣,

溝口敏行（1987）「日本の高額所得者の分布」『経済研究』38(2)，pp. 130-138.

八塩裕之（2005）「所得税の限界税率変化が課税所得に与える効果」『一橋論叢』134(6)，pp. 1135-1158.

山田篤裕, 駒村康平, 大津唯, 渡辺久美子（2013）「被保護母子世帯の就業—ひとり親世帯就労促進費廃止と母子加算復活の影響分析」『三田学会雑誌』105(4)，pp. 79-93.

Akabayashi, H. (2006), “The labor supply of married women and spousal tax deductions in Japan”, *Review of Economics of the Household*, 4, pp. 349-378.

Aller, M.D. (2016), “Benefit-cost analysis and distributional weights: An overview”, *Review of Environmental Economics and Policy*, 10, pp. 264-285.

Atkinson, A.B., Stiglitz, J.E. (1980), *Lectures in Public Economics*, Mc-Graw Hill, New York.

Bessho, S. (2018), “Child benefit, tax allowances, and behavioral responses: The case of Japanese reform, 2010-2011”, *Japanese Economic Review*, 69(4), pp. 478-501.

Bessho, S., Hayashi, M. (2005), “Economic studies of taxation in Japan: The case of personal income taxes”, *Journal of Asian*

Economics, 16, pp. 956-972.

Bessho, S., Hayashi, M. (2011), "Labor supply response and preferences specification: Estimates for prime-age males in Japan", *Journal of Asian Economics*, 22, pp. 398-411.

Bessho, S., Hayashi, M. (2013), "Estimating the social marginal cost of public funds", *Public Finance Review*, 41, pp. 360-385.

Bessho, S., Hayashi, M. (2014), "Intensive margins, extensive margins, and the spousal allowances in the Japanese system of personal income taxes: A discrete choice analysis", *Journal of the Japanese and International Economies*, 34, pp. 162-178.

Bessho, S., Hayashi, M. (2015), "Should the Japanese tax system be more progressive? An evaluation using the simulated SMCFs based on the discrete choice model of labor supply", *International Tax and Public Finance*, 22, pp. 144-175.

Blomquist, N.S. (1988), "Nonlinear taxes and labor supply", *European Economic Review*, 32 (6), pp. 1213-1226.

Boadway, R. (2012), *From Optimal Tax Theory to Tax Policy*, The MIT Press, Cambridge.

Boadway, R., Bruce, N. (1984), *Welfare Economics*, Basil Blackwell, Oxford.

Chetty, R. (2009), "Sufficient statistics for welfare analysis: A bridge between structural and reduced-form methods", *Annual Review of Economics*, 1, pp. 451-487.

Creedy, J., Kalb, G. (2005), "Discrete hours labor supply modeling: Specification, estimation, and simulation", *Journal of Economic Surveys*, 19, pp. 697-734.

Creedy, J., Kalb, G. (2006), *Labor Supply and Microsimulation: The Evaluation of Tax Policy Reforms*, Edward Elgar, Cheltenham, UK.

Dahlby, B. (2008), *The Marginal Cost of Public Funds: Theory and Applications*, The MIT Press.

Diamond, P. (1980), "Income taxation with fixed hours of work", *Journal of Public Economics*, 13, pp. 101-110.

Diamond, P. (1998), "Optimal income taxation: An example with U-shaped pattern of optimal marginal income tax rates", *American Economics Review*, 88(1), pp. 83-95.

Feldstein, M. (1995), "The effect of marginal tax rates on taxable income: A panel study of the 1986 Tax Reform Act", *Journal of Political Economy*, 103(3), pp. 551-572.

Gruber, J., Saez, E. (2002), "The elasticity of taxable income: Evidence and application", *Journal of Public Economics*, 84(1), pp. 1-32.

Hall, R.E. (1973), "Wages, income and hours of work in the U.S. labor force", In G.G. Cain, H.W. Watts (Eds.), *Income Maintenance and Labor Supply: Econometric Studies,* Chicago: Rand McNally.

Hausman, J.A. (1979), "The econometrics of labor supply on convex budget sets", *Economics Letters*, 3(2), pp. 171-174.

Hausman, J.A. (1985), "The econometrics of nonlinear budget sets", *Econometrica*, 53(6), pp. 1225-1282.

Heckman, J.J., MaCurdy, T.E. (1980), "A life cycle model of female labour supply", *Review of Economic Studies*, 47 (1), pp. 47-74.

Inoue, Y. (2015), "Intensive and extensive margins of Japanese male and female Workers: Evidence from the tax policy reform in Japan", Discussion Paper Series DP2015-006, Panel Data Research Center, Keio University.

Kaplow, L. (2022), "Optimal income taxation", NBER Working Paper Series 30199, National Bureau of Economic Research.

Keane, M.P. (2022), "Recent research on labor supply: Implications for tax and transfer

Policy", *Labour Economics*, 77, 102026.
Kleven, H.J., Shultz, E.A. (2014), "Estimating taxable income responses using Danish tax reforms", *American Economics Journal: Economic Policy*, 6, pp. 271-301.
Lin, E.Y., Tong, P.K. (2017), "Married couple work participation and earnings elasticities: Evidence from tax data", *International Tax and Public Finance*, 24, pp. 997-1025.
Meghir, C., Phillips, D. (2010), "Labour supply and taxes", In: Adarn, S., Besley, T., Blundell, R., Bond, S., Chote, R., Gammie, M., Johnson, P., Myles, G., and Poterba, J. (Eds.), *Dimension of Tax Design: The Mirrlees Review*, Oxford University Press, pp. 203-274.
Mirrlees, J.A. (1971), "An exploration in the theory of optimum income taxation", *Review of Economic Studies*, 38(114), pp. 175-208.
Miyazaki, T., Ishida, R. (2022), "Estimating the elasticity of taxable income: Evidence from top Japanese taxpayers", *Japan and the World Economy*, 61, 10116.
Ogasa, T. (2019), "Income redistribution effect of a shift from income deduction to tax credit: Discrete choice model-based simulation incorporating labor supply", PRI Discussion Paper Series No. 19 A-02, Policy Research Institute, Ministry of Finance, Japanese Government.
Saez, E. (2001), "Using elasticities to derive optimal tax rates", *Review of Economic Studies*, 68, pp. 205-229.
Saez, E. (2002), "Optimal income transfer program: Intensive versus extensive labor supply response", *Quarterly Journal of Economics*, 117, pp. 1039-1073.
Saez, E., Slemrod, J., Giertz, S.H. (2012), "The elasticity of taxable income with respect to marginal tax rates: A critical review", *Journal of Economic Literature*, 50(1), pp. 3-50.
Salanié, B. (2011), *The Economics of Taxation. 2nd Ed.*, The MIT Press.
Slemrod, J. (1995), "Income Creation or Income Shifting? Behavioral Responses to the Tax Reform Act of 1986", *American Economic Review*, 85(2), pp. 175-80.
Tanninen, H., Tuomala, M., Tuominen, E. (2019), *Inequality and Optimal Redistribution*, Cambridge University Press, Cambridge.
Van Soest, A. (1995), "Structural models of family labor supply: A discrete choice approach", *Journal of Human Resources*, 30, pp. 63-88.
Yamada, K. (2011), "Labor supply responses to the 1990s Japanese tax reform", *Labour Economics*, 18, pp. 539-546.
Zabalza, A. (1983), "The CES utility function, non-linear budget constraints and labor supply: Results on female participation and hours", *Economic Journal*, 93, pp. 312-330.