〈財務省財務総合政策研究所「フィナンシャル・レビュー」令和４年第４号（通巻第150号）2022年12月〉

内生的な時間選好と持続的成長および持続的発展：展望[*1]

細谷　圭[*2]

要　　約

本論文では，持続可能性の概念から派生する持続的成長と持続的発展の分析的視点を区別し，近年の環境マクロ経済学研究の到達点となる２つの主要な研究論文を詳細に検討する。ここで分析の縦糸として注目するのは，それ自体の研究が比較的長い歴史をもつ内生的に決まる時間選好関数を環境マクロの動学的フレームワークに導入する点である。マクロ経済動学の研究では，いわゆるディープ・パラメータの重要性が指摘されているが，時間選好率はそのなかの１つであり，環境経済学のマクロ理論研究にもその影響が及んできたといえる。第１モデルでは，持続的成長が達成されるなかで，内生的時間選好下における環境税の影響を考察する。続く第２モデルでは，時間を通じた効用の一定性という持続的発展の考え方に根ざした定義のもとで，複合的な内生的時間選好を考慮した場合のモデルの動学的特徴を導き出す。

キーワード：内生的時間選好，持続的成長，環境税（ピグー税），持続的発展，ハートウィック・ルール，ホテリング・ルール

JEL Classification: H23, I31, O44, Q32, Q56

Ⅰ．はじめに

本論文は，「持続可能な経済」について，主に「環境」の視点に立脚し，マクロ経済学（経済成長論）のフレームワークに基づいて俯瞰的な考察を試みる理論的サーベイ論文である。これに関して，当該領域において近年精力的に研究がなされている内生的時間選好の考え方に焦点を当て，本論文を貫く縦糸に据える。筆者はこれまでマクロ経済動学に関する理論的研究とそれに関連する実証的研究を行ってきたが，そのなかで特に関心をもってフォローしてきたのが，環境に関わる要素（環境の質や枯渇性資源など）と時間選好率の問題を架橋する分析である。環境問題が長期，超長期にわたる問題を包含するゆえに，人々の現在と将来の意思決定を左右する時間選好率に注目する研究の重要性は，強く認識していた。

＊1　本論文の作成に当たっては，日本学術振興会・科学研究費補助金（課題番号 JP21K01507）による助成を受けた。また，浅子和美先生をはじめ，財務省財務総合政策研究所で開催された論文検討会の参加者各氏から有益なコメントを頂戴した。記して感謝したい。残された誤りの責は筆者に帰す。

＊2　國學院大學経済学部教授

“Uzawa's Two-Sector”や“Uzawa-Lucas model”などで世界的によく知られている故・宇沢弘文先生は，経済成長論の分野で真に独創的な貢献をなし，内生的成長モデルの原型ともいうべき2部門成長モデルを確立した。その後，周知のように，社会的共通資本（social common capital）の考え方を提唱され，環境経済学をはじめ，医療経済学，教育経済学などへも少なくない影響を与えることになる。環境と成長に関わるテーマを取り扱う本論文にとっては，宇沢先生の研究は当然のごとく「起点」として位置づけられる。ところで，専門家の間ではこれまたよく知られるところであるが，内生的時間選好率の考え方も現代的な意味での原型は，宇沢先生の手によって築かれてきたものである（Uzawa, 1968；宇沢，2003）。すでに述べたように，本論文で紹介する研究の技術的なキーワードが「成長」と「内生的時間選好」である。いずれもその源流は宇沢先生にあることをあらためて認識すると，その先見性には驚嘆するしかない。本論文で分析の主軸に据える2本の論文，それに関連する本論文の記述それ自体が，宇沢先生の肩の上に立つものであることはいうまでもない。

本論文の課題は，“sustainability・持続可能性”をいくぶん具体化した概念である“sustainable growth・持続的成長（持続可能な成長）”と“sustainable development・持続的発展（持続可能な発展）”に関する考察を行っている近年の特徴的な研究を深く掘り下げ，整理して紹介することである。まずこれらの概念的な定義をなるべく明確化することから始める必要があるが，とりわけ持続的発展を簡潔に表現することはそれほど容易なことではない。浅子他（2002）では，これら2つが厳密には異なる概念であり，「一般に持続可能な成長の場合は所得水準の増加のみを問題にするが，持続可能な発展は所得だけでなく環境の質や文化水準を含む広範な概念」と指摘し，分析に当たってこれらの差異には必要以上に深入りしないと断っている。つまり，持続的発展はより広範な概念であり，経済的状況に加え，環境資源の保全の実態やそれへの人々や国家のスタンスなども含むものである。

現代的な意味での「持続的発展」の背景には，国連のブルントラント委員会による概念定義が存在していることは比較的よく知られているが，加藤・我妻（2012）によると，歴史的経緯からして，それは先進国と開発途上国の間の妥協的合意による産物とみることができる。すなわちそれは，「世代間および世代内での公平性の担保，適切な資源配分」を謳うものであり，いくぶん抽象的な内容ではあるが，本論文で検討するモデル分析にとっても基本的な視点を提供してくれることは確かである[1)]。これをさらにブレイクダウンして整理したものを表1にまとめている。

表1をみる前提として，基本的にはそれぞれの項目について「通時的な非減少性」が想定されていることに注意すべきである。また，生産要素の代替とは，自然資本と物的資本・人的資本との間の代替性を許容するかどうかを意味する[2)]。いずれの概念の重要性も認めたうえで，本論文のような経済分析として特に意味をもつのは1～3である。また，経済モデルを使った検討を行う際に有用な要件となるのはおそらく1と2である。1は大まかには，消費の成長率が時間を通じてプラスであることに対応することから，これを持続的成長の要件とすることは妥当性をもつと考えられる。それに対して，いくつかの難点は予想できるものの，2を持続的

1）加藤・我妻（2012）では，「持続可能な発展」の概念に関係する経済発展・経済成長と環境についての基本的な考え方を詳細かつ批判的に検討しており，大変有益である。Fleurbaey（2015）は，持続可能性の定義を分類し，それとの対応関係で包括的な文献サーベイを提供している。持続可能性の概念に関する一般的かつ包括的な論考としては，専門領域の異なる著名な研究者たちの議論から生み出された Arrow *et al.*（2004）がある。また，特に持続可能性の経済分析に関する必須の基本文献としては *Handbook of Environmental Economics*（第3巻）があり，特に環境と成長を論じた第23章（Xepapadeas, 2005）などが役に立つ。

表1　持続可能性概念の分類

要件	生産要素の代替
1：消費が非減少であること	○
2：効用が非減少であること	○
3：生産可能性維持のため諸資源が管理されること	○
4：自然資本ストックが非減少であること	△
5：諸資源のフローの利用が維持されること	×
6：生態系の安定性・復元性が維持されること	×

（出所）　加藤・我妻（2012）に基づき，筆者作成。

発展の要件とすることも1つの有力な考え方であり，事実，その出発点をSolow（1974）にまで遡ることができる[3)]。

この分類を念頭に置きつつ考察するに，まず，本論文では環境マクロ経済学分野でなされた近年の到達点と考えられる2種類のモデル分析を検討するが，それら2つのモデルともに，環境資源が経済主体の瞬時効用関数と内生的時間選好関数の両方に含まれている点で，通常の持続的成長一辺倒のモデルとは一線を画している。

第Ⅲ節の第1モデルは，扱いやすさの点で利点はあるものの，*AK*モデルの構造となっており，その点で基本的には成長の持続性（内生的成長）はあらかじめ仮定されたものとみることができる。しかしながら，時間選好関数を実装し，環境税の有効性等にフォーカスする分析であり，成長プロセスへの理解を深められる重要な貢献である。表1の分類では1の持続可能性概念に関係し，環境を含んだ持続的成長の様態を明らかにするものである。

第Ⅳ節の第2モデルは，世代を超えて，通時的に効用レベルが一定になるという条件を課し，それを満足するような時間選好関数の特性をはじめとしたマクロ的な要件を導出しようとする研究である。すなわち，表1の分類では2の持続可能性概念にダイレクトに関係する研究であり，この点で第2モデルは，環境マクロ分析のフレームワークで持続的発展の問題を考察するものとして位置づけることができる。

本論文の残りの構成は以下の通りである。第Ⅱ節では本論文の内容に引き寄せ，かつ最近のものに限定した簡単なサーベイを行う。第Ⅲ節では持続的成長の関連，第Ⅳ節では持続的発展の関連の重要な研究を詳しく検討する。第Ⅴ節ではまとめに代えて，本論文で紹介した系列の分析に課せられる今後の課題を述べる。

2）代替性を基本的に許容する考え方は，一般に，弱い持続可能性（weak sustainability）と呼ばれている。これに対して，強い持続可能性（strong sustainability）とは，将来にわたる持続可能性を担保するために，ある水準以上の自然資本を維持することが必要となる状況を描写する考え方である。したがってこの場合には，自然資本との代替性には制約が課されることになる。これに関連して，ダスグプタ（2019）は弱い持続可能性に偏ることが自然資本の枯渇をもたらしたと指摘し，環境を含む経済モデル分析においては弱い持続可能性ではなく強い持続可能性を求めるべきであると主張している。そして社会にとって何が重要かは多次元的であって，それらの間のトレードオフを最小化して持続可能性を高めるべきである，とも述べている。これは成長のプラス面を維持し，マイナス面を予防する取り組みを要請するものだが，ダスグプタはあらゆるレベルでの集団行動とそれを可能にする制度の必要性を訴えている。なお，このダスグプタ（2019）は，経済成長と持続可能性の背後にある重要な論点群を包括的に考察した大変示唆に富む論考である。

3）いくつかの難点に関しては，浅子他（2002）で詳しく述べられている。

Ⅱ．研究の動向

本節では第Ⅲ節以降の分析の前段として，ごく簡単に先行研究を概観する。紙幅の都合から断片的なものにならざるを得ないので，経済成長をはじめとした環境のマクロ経済分析に関する包括的なサーベイについては，たとえば先にふれた Xepapadeas（2005）などを参照するとよい。ここでは比較的最近のものを中心に紹介していくこととしたい。

時間選好率がモデルの内生変数に依存する関係を実装したものを「内生的時間選好（率）モデル」と呼ぶことにすると，その系譜には Strotz（1955），Uzawa（1968），Epstein（1987），Obstfeld（1990），Becker and Mulligan（1997）などの理論的研究が存在している。特定のトピックと関連づけた応用も試みられており，Agénor（2010）では健康（医療サービス消費），Dioikitopoulos and Kalyvitis（2015）では人的資本ストックの時間選好率への影響が考慮されている。また近年は，時間選好率の大きさやその決定要因を探るべく，アンケート調査や経済実験に基づいたさまざまな実証的研究も蓄積されてきている。このパラメータが人々の行動を基本的に規定していることへの理解が一般的にも高まりつつあり，今後も研究分野全体としての厚みは増していくものと予想される[4)]。

環境の要素をテーマとしたマクロ分析は，特に 1990 年代半ば頃から現在に至るまで継続的に行われており，近年の SDGs への社会的関心の高まりなども反映して，今後ますます活発化していくと考えられる。成長との関係では，企業の生産活動（生産関数）に環境要因を考慮するタイプの分析が考えられる。たとえば，再生可能な資源や再生不可能な資源（枯渇性資源）が財の生産の生産要素となったり，環境の質が生産性指標に影響して結果的に財の生産に関係したりするような定式化がなされている（Groth and Ricci, 2011；Suphaphiphat *et al.*, 2015）。他方で，環境が人々の厚生・福祉といったものに極めて大きな影響を及ぼすことは言を俟たない。この点に注目し，経済主体のもつ効用関数の構成要素の１つとして環境を考慮するタイプの研究もある。たとえば比較的最近のものとして，Klarl（2016）がある。このモデルでは人々の健康の生成プロセスが考慮されていて，代表的家計の瞬時的効用関数は消費と健康（health）に関して非加法分離的な形式で表現される。そしてこの健康に環境汚染（pollution）が影響するしくみとなっている。本論文で検討する時間選好率に焦点を当てた研究は，このタイプの研究をさらに深掘りするものとして位置づけることもできよう[5)]。

そうしたなか，環境問題における時間選好率の重要性に注目したのが Weitzman（1994）である。環境問題への関心や懸念が高まるなかにあって，それを一定不変と仮定することは適切ではないとワイツマンは指摘した。こうした環境経済学固有の背景に加え，マクロ動学分析において人々の選好を規定するディープ・パラメータの重要性が従前以上に強く認識されるようになったことなども影響し，内生的時間選好下での環境マクロ分析が行われるようになってきた。

しかしながら，内生的時間選好関数を含むモデル分析はそれほど多くはない。完全なリスト

4）実証研究も含め，関係する諸文献のより詳しい情報は，Das（2003）や Hosoya（2021）を参照されたい。
5）環境というものの特性上，それが生産にも効用にも影響すると考えるのは自然であり，そうしたタイプの研究も多い（Fullerton and Kim, 2008；Chu and Lai, 2014）。本論文第Ⅲ節，第Ⅳ節のモデルもこのタイプである。

ではないが，著名なものを時系列で並べると，Pittel（2002），Ayong Le Kama and Schubert（2007），Yanase（2011），Vella *et al.*（2015），Chu *et al.*（2016），Hartwick and Long（2018）となる[6)]。本論文ではより近時のものを取り上げ，詳細に検討する。前節との対応では，1つは成長が持続するなかでの経済的パフォーマンスに注目するもの，もう1つはSolow（1974），Dasgupta（1974），Cairns and Long（2006）の系譜で，持続的発展の基本的要件を明らかにするものである。

Ⅲ．内生的時間選好と持続的成長

Ⅲ－1．基本設定

本節では，持続可能性へのアプローチとして，持続的成長すなわち内生的成長を達成する典型的なモデルを取り上げ，内生的時間選好のもとでの環境政策を考えていく。環境の要素を考慮しつつ，結果的に長期的成長が達成されるということは，経済が持続可能であることの一側面を描写している。具体的に検討するのは，Chu *et al.*（2016, *Macroeconomic Dynamics*）のモデルである。

企業の生産活動にともなって不可避的に汚染物質が排出されるが，その汚染を生み出す投入要素zは生産には不可欠であるとする。いまzをダーティー・インプットと呼ぶ。産出物をyとして個別企業の生産関数は，$y=\Lambda k^{\alpha}z^{1-\alpha}$と表す。ただし，$k$は個別企業の保有する物的資本であり，$0<\alpha<1$である。本モデルにおいて，成長の持続性はこの生産関数の定式化に由来すると考えることができる。つまり，$\Lambda\equiv AK^{1-\alpha}$であり，$K$はマクロ経済全体での総資本ストック，$A>0$は技術水準を表すパラメータ（一定）である。ダーティー・インプットが考慮されているものの，これはSheshinski-Romerタイプの生産関数とみなすことができる[7)]。すなわち，持続的成長への道筋はこうである。Λをこのように導入することにより，生産関数は実質的にいわゆるAKモデルと同様のものになると予想できる。こうして資本の限界生産性には下限が存在し，内生的な成長が生じるのである。したがって，後で再度言及するが，このモデルではソローモデルにみられるような移行動学（transition dynamics）は生じず，経済ははじめから均斉成長経路に乗った状態で成長していく。

それでは企業の利潤最大化行動を描写していこう。いま利潤関数πを以下のように書くことができる。

$$\begin{aligned}\pi &= y-(1+\tau_k)rk-T_p z\\ &= \Lambda k^{\alpha}z^{1-\alpha}-(1+\tau_k)rk-T_p z \qquad (1)\end{aligned}$$

ただし，r，τ_k，T_pは，それぞれ資本のレンタルコスト（実質利子率），資本に課される税率，汚染に課される税率（環境税率）を表す。汚染物質が通時的に増加し続け，やがて発散してしまうことを避けるため，環境税率は総資本ストックとともに変化していくものと仮定する。つまり，$T_p=\tau_p K$とし，τ_pは環境政策変数（パラメータ）となる。政府の側からみると，τ_pを変化させることで企業行動に影響を与えることができる。利潤最大化のための1階の条件よ

6）ごく最近公刊されたDioikitopoulos *et al.*（2020）は，特定の状況下で，開発途上国における環境と経済に関する「貧困の罠」の問題を考察する内生的時間選好モデルを使った分析を行っている。またハートウィックらは，本論文で取り上げるHartwick and Long（2018）の姉妹編となる論考をHartwick and Long（2020）として発表していることを最近確認した。

7）Romer（1986）を参照のこと。定常均衡（均斉成長経路）でのzがどのようになるかは，後で言及する。

り，以下が導出される。

$$\frac{\partial\pi}{\partial k}=0：\alpha\Lambda k^{\alpha-1}z^{1-\alpha}=(1+\tau_k)r \qquad (2)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial z}=0：(1-\alpha)\Lambda k^{\alpha}z^{-\alpha}=T_p \qquad (3)$$

次に代表的家計の効用関数について考える。通時的効用を考える際に，本論文の主題である内生的時間選好関数が関係してくる。ダーティー・インプットが生産において使用されることは，家計の効用に2つの点で影響を及ぼすと想定する。1つは瞬時的効用自体への直接的な負の影響であり，もう1つは時間選好率を通じた影響である。Chu *et al.*（2016）の理論的貢献は，後者のルートの影響に関して多様で包括的な分析を試みた点にある。

$$U=\int_0^{\infty}\frac{(cz^{-\eta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}\exp[-\Theta]\mathrm{d}t,$$
$$\eta>0,\ \sigma>1 \qquad (4)$$

ただし，

$$\Theta=\int_0^{t}\theta(z_s)\mathrm{d}s,\ \dot{\Theta}=\theta(z),\ \theta'(z)\gtreqless 0$$

（4）において，σは異時点間の代替の弾力性の逆数であるが，これが1より大きいと仮定することは，理論と実証の双方の先行研究をふまえると標準的である[8)]。注目点はもちろん時間選好率関数の部分である。現代的な意味でのこのような内生的な定式化についての基本文献としては，Uzawa（1968），Obstfeld（1990），Becker and Mulligan（1997）などが挙げられるが，この Chu *et al.*（2016）では，ダーティー・インプットの使用量（環境の質）が「いまをどれだけ重視して生きるか」という経済主体の現在選好を規定することになる[9)]。

具体的にみていこう。3つのケースが考慮される。$\theta'(z)=0$は外生的に一定の時間選好率を意味するから，標準的な新古典派最適成長モデル（Ramsey-Cass-Koopmans モデル）のケースに帰着する。興味深いのは残りの2つのケースである。ダーティー・インプットの使用によって環境が悪化した場合への主観的評価として，内生的に決まる時間選好率が高まるケースがまず考えられる（$\theta'(z)>0$）。これは環境版の increasing marginal impatience（IMI）に該当する。生じる環境の悪化が人々を性急（せっかち）にさせるとの想定である[10)]。Yanase（2011）や Vella *et al.*（2015）も同様の定式化を行っている。このケースに対して，時間選好率が低下するケースも想定でき（$\theta'(z)<0$），環境版の decreasing marginal impatience（DMI）と解釈できる。環境悪化を懸念した人々が，たとえば地球環境や経済の持続可能性を憂慮し，より忍耐強い選好へと変わっていくような行動を描写するものである（現在選好が弱まる）。Ayong Le Kama and Schubert（2007）でも同様に考えられている。

Ⅲ－2．分権的経済

ここでは代表的家計が，予算制約に服しながら，(4）の内生的時間選好下での生涯効用を最大化する問題を考える。予算制約は，Rを政府からの一括移転所得として，$c+\dot{k}=rk+R$と表せる。この最適化問題を解く際の重要なポイントは，家計がダーティー・インプットないしは汚染排出水準に直接関与することはできず，zを所与とし，したがってそれによって影響を受ける時間選好率Θを所与として行動する点で

8）Ayong Le Kama and Schubert（2007）は環境の質を考慮し，同じく内生的時間選好の定式化を採用した先駆的研究であるが，そこでも同じ仮定を置いている。なお，一般論として，時間選好率や異時点間の代替の弾力性のパラメータといったディープ・パラメータ（deep parameter）は，動学的一般均衡モデルにおいて極めて重要な役割を果たす。たとえば，σの値の大きさによっては，複数均衡（multiple equilibria）や不決定性（indeterminacy）といった現象が生じることもある。

9）Hosoya（2021）では，関連する古典的な研究も含めてサーベイしている。

10）Chu *et al.*（2016）では，地球温暖化問題が近い将来極めて深刻な影響をもたらすとの予測が，将来消費の不確実性を高める可能性を指摘している。すると，経済主体は現在の消費を増やし，貯蓄を減らすという行動をとる可能性がある。これは人々の時間選好の変化によって，現在選好が強まる事例に対応する。

ある。先に述べておくと，後に検討する社会的計画経済では，この部分が相違点となる。いま資本に関する共役変数（co-state variable）を$\hat{\varphi}$（ファイハット）とすると，現在価値ハミルトニアンは以下のようになる。

$$H^d = \frac{(cz^{-\eta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}\exp[-\Theta] + \hat{\varphi}(rk+R-c) \qquad (5)$$

最適化のための１階の条件を以下に列挙するが，$\varphi \equiv \hat{\varphi}\exp[\Theta]$ であるから，$\varphi\exp[-\Theta] = \hat{\varphi}$ となることに注意しよう。

$$\frac{\partial H^d}{\partial c} = 0 : (cz^{-\eta})^{-\sigma} z^{-\eta}\exp[-\Theta] = \hat{\varphi} \rightarrow c^{-\sigma} z^{-\eta(1-\sigma)} = \varphi \qquad (6)$$

$$\dot{\hat{\varphi}} = -\frac{\partial H^d}{\partial k} : \dot{\hat{\varphi}} = -\hat{\varphi} r \rightarrow \dot{\varphi} = \theta(z)\varphi - r\varphi \qquad (7)$$

$$\hat{\varphi} : \dot{k} = rk + R - c \qquad (8)$$

$$\text{横断性条件}：\lim_{t\to\infty}\hat{\varphi}k = 0 \qquad (9)$$

上ですでに指摘したが，家計は時間選好率Θに関して，その社会的要因による決定メカニズムには関与できない（しかし時間選好率は社会的見地から内生的に決まる）。政府は企業に対して課した資本への課税と環境税によって得られた税収を家計に一括移転（R）する[11]。よって政府のフローの予算制約は次のようになる。

$$R = \tau_k rk + \tau_p kz \qquad (10)$$

６つの内生変数$\{c, k, r, z, \varphi, R\}$によって特徴づけられる分権的経済の均衡を求めるプロセスに入る。$\Lambda = AK^{1-\alpha}$，$T_p = \tau_p K$と均衡条件$K = k$（すべての企業は同質であり企業数を１に基準化している）を（3）に適用すると，定常均衡におけるダーティー・インプットを求めることができ，$\tilde{z} = [(1-\alpha)A/\tau_p]^{1/\alpha}$となる（一定値）。これを同様に変形した（2）に代入すると，定常均衡における実質利子率を求めることができ，$\tilde{r} = [\alpha A/(1+\tau_k)][(1-\alpha)A/\tau_p]^{(1-\alpha)/\alpha}$を得る。残る内生変数は４つである。ここで新たに３つの変数を定義しよう。$x \equiv c/k$，$f \equiv \varphi k^{\sigma}$，$q \equiv R/k$である。（6）より$\dot{c}/c = 1/\sigma[-(\dot{\varphi}/\varphi) - \eta(1-\sigma)(\dot{z}/z)]$，（8）より$\dot{k}/k = \tilde{r} + q - x$となるから，以下が得られる。

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{k}}{k} = \frac{1}{\sigma}\left(-\frac{\dot{\varphi}}{\varphi} - \eta(1-\sigma)\frac{\dot{z}}{z}\right) - \tilde{r} - q + x$$

ここで定常均衡の条件を適用し，種々の条件を加味して整理すると$\tilde{x}$が得られる。また簡単な変換によって$\tilde{f}$と$\tilde{q}$も求められる。以下にこれらをまとめて示す。

$$\tilde{x} = A\tilde{z}^{1-\alpha} - \frac{1}{\sigma}(\tilde{r} - \theta(\tilde{z}))$$

$$\tilde{f} = \left(\frac{k}{c}\right)^{\sigma}\tilde{z}^{-\eta(1-\sigma)} = \left(\frac{1}{\tilde{x}}\right)^{\sigma}\tilde{z}^{-\eta(1-\sigma)} = \tilde{x}^{-\sigma}\tilde{z}^{-\eta(1-\sigma)}$$

$$\tilde{q} = \tau_k\tilde{r} + \tau_p\tilde{z}$$

以上ですべての定常均衡解が求められた。次に分権的経済における均衡動学の特性を調べる。$\dot{c}/c = [r - \theta(z)]/\sigma$（オイラー方程式），$\dot{k}/k = r + \tau_k r + \tau_p z - x$（資本蓄積方程式）の表現を使用すると，消費・資本比率のダイナミクスは次のように表せる。

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{(1-\sigma)r - \theta(z)}{\sigma} - \tau_k r - \tau_p z + x \qquad (11)$$

上で確認したように，rとzは一定のパラメータのみによって決まる。よって（11）より以下が成立する。

$$\frac{\partial(\dot{x}/x)}{\partial x} = 1 > 0$$

この結果から，（11）の右辺はxの増加関数であることがわかる。すなわち，分権的均衡は決定的であり，局所的には不安定な均衡である。したがって，この経済には移行動学は存在せず，当初から均斉成長経路上で成長していく。これより以下の命題を得る。

命題Ⅲ．１：分権的経済における均衡は一意的

11）個別企業が直面する環境税率T_pは，各企業の資本量kに比例して$\tau_p k$となる。

に決まり，局所的に決定的である。移行動学は存在せず，経済はつねに均斉成長経路上にある。

Ⅲ－３．分権的経済における環境税の効果

本モデルには環境税が実装されているが，その税率の変化が経済にどのような影響を及ぼすかは，環境と成長の分析においては典型的なトピックである。いま標準的な仮定として，均斉成長経路上で経済は一定の率で成長するが，ダーティー・インプットの投入，つまり汚染物質の排出は一定に止まる状況を考える。z のもたらす不効用を考えると，これは自然な仮定であるし，たとえば先進国の発展プロセスにおいてはあり得る状況である。定義的に述べると，均斉成長を遂げる定常均衡では，$\dot{k}/k=\dot{c}/c=\dot{y}/y=\tilde{g}$（constant）および$\dot{z}=0$ が成立することになる。

すでにオイラー方程式を求めているが，これは（6）と（7）および$\dot{z}/z=0$ を使って求められ（定常均衡の条件群），それに$\tilde{r}$と$\tilde{z}$の表現を適用すると，分権的経済における均衡成長率$\tilde{g}^d$が次式のように導出できる。

$$\tilde{g}^d=\frac{1}{\sigma}\left[\frac{1}{1+\tau_k}A\alpha\tilde{z}^{1-\alpha}-\theta(\tilde{z})\right] \tag{12}$$

この（12）について，種々の関係を適用しながら，$\partial\tilde{g}^d/\partial\tau_p$ を計算すればよい[12]。結果的に，環境税率を変化させた場合の成長率への影響は（13）のように求められる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial\tilde{g}^d}{\partial\tau_p}&=\frac{(1-\alpha)A}{\sigma\alpha\tau_p^2}\tilde{z}^{1-\alpha}\left(-\frac{\alpha\tau_p}{1+\tau_k}\right)\\&\quad+\theta'(\tilde{z})\frac{1}{\sigma\alpha\tau_p}\tilde{z}\\&=\frac{(1-\alpha)A}{\sigma\alpha\tau_p^2}\tilde{z}^{1-\alpha}\left[-\frac{\alpha\tau_p}{1+\tau_k}+\theta'(\tilde{z})\right]\end{aligned} \tag{13}$$

（13）より，以下の命題が導かれる。

命題Ⅲ．２：時間選好率関数が$\theta'(\cdot)<0$ もしくは$\theta'(\cdot)=0$ のとき，環境税率を高めると成長率は低下する。一方で$\theta'(\cdot)>0$ のときは，環境税の成長率への影響は確定できず，成長促進効果が生じる可能性もあり得る。

後者の主張は，いわゆる“increasing marginal impatience”のもとで得られる結果で特に重要である。経済主体が相対的に「性急」である場合，環境保護と経済発展の両立が図られる可能性を示唆している（τ_p を高めると，$\tilde{z}$ は減少する）。本モデルではダーティー・インプットの使用と環境悪化はパラレルだが，環境の質の悪化によって現在選好が強まる経済主体の場合，環境の保護・改善を目的とした環境税の強化は成長率を高めるかもしれないのである。長期的成長に注目した場合の環境税のプラスの効果は，経済発展のプロセスを考えれば十分にあり得ることであり，環境と成長の既存研究においてもポピュラーな結果である。しかし，環境要因に基づく内生的時間選好関数のもとで環境税の多面的な影響を示したことは Chu *et al.*（2016）の貢献である。またこの結果は，時間選好率関数の定式化の違いが異なる帰結をもたらす可能性も示唆しており，今後深められるべきテーマである。政策決定者にとっては，租税政策の長期的成果を左右するという結果を受けて，この時間選好率効果と呼ぶべき新たな要因を考慮する必要性が生じたといえよう。

環境政策において時間選好率効果のもつ意味は，われわれの想像以上に大きいかもしれない。たとえば，COVID-19 の感染動態においてしばしば話題となった“ハンマー＆ダンス”のダンスの過程には，人々の時間選好の多様性が投影されているとみることもできる。環境問題は感染症の流行よりは長期にわたる社会的課題であるが，政策決定を行う際に人々の時間的視野に関する集合的属性をどのように想定するかが重要である。

Ⅲ－４．社会的計画経済

最適環境税を視野に入れ，全知全能の社会的計画者の存在を仮定して最適化問題を解く。分

12）詳細については補論 A を参照せよ。

権的経済と比較して，どのような違いが生じるかが注目点となる。目的関数（効用関数）は以前と一緒である。現在価値ハミルトニアンは以下のように定式化できる。

$$H^{sp}=\frac{(cz^{-\eta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}\exp[-\Theta]+\hat{\lambda}(y-c)-\hat{\mu}\theta(z) \tag{14}$$

ただし，$\hat{\lambda}\equiv\lambda\exp[-\Theta]$，$\hat{\mu}\equiv\mu\exp[-\Theta]$ である。分権的経済と異なり，ダーティー・インプットの影響が内部化される（(14) の右辺の最後の項)。最適化のための１階の条件を導出しよう。具体的には，c（フロー），k（ストック），z（フロー），Θ（ストック）に関する条件を求め，横断性条件が課される。

$$\frac{\partial H^{sp}}{\partial c}=0:(cz^{-\eta})^{-\sigma}z^{-\eta}\exp[-\Theta]=\hat{\lambda}\rightarrow c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)}=\lambda \tag{15}$$

$$\dot{\hat{\lambda}}=-\frac{\partial H^{sp}}{\partial k}:\dot{\hat{\lambda}}=-Az^{1-\alpha}\hat{\lambda}\rightarrow\dot{\lambda}=\theta(z)\lambda-Az^{1-\alpha}\lambda \tag{16}$$

$$\frac{\partial H^{sp}}{\partial z}=0:(cz^{-\eta})^{-\sigma}(-\eta)cz^{-\eta-1}\exp[-\Theta]+\hat{\lambda}(1-\alpha)Akz^{-\alpha}=\hat{\mu}\theta'(z)\rightarrow -\eta c^{1-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)-1}+\lambda(1-\alpha)Akz^{-\alpha}-\mu\theta'(z)=0 \tag{17}$$

$$\dot{\hat{\mu}}=-\frac{\partial H^{sp}}{\partial\Theta}:\dot{\hat{\mu}}=-(-1)\frac{(cz^{-\eta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}\exp[-\Theta]\rightarrow -\frac{(cz^{-\eta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}=-\dot{\mu}+\mu\theta(z) \tag{18}$$

$$\text{横断性条件}:\lim_{t\to\infty}H^{sp}=0 \tag{19}$$

(15)-(19) で社会的計画経済における定常均衡が特徴づけられる。この形式の横断性条件はより一般的なもので，Michel (1982) によるが，本モデルでは後でこれを直接使用する[13]。

分権的経済との違いに注意しながら，条件を読み解いていく。まず，社会的計画者は Λ に含まれていたマクロレベルでの資本の外部性を考慮に入れ，加えてダーティー・インプットの社会的影響（汚染の社会的費用）も勘案し，k と z の選択を行う（(16) および (17))。次に，社会的計画者はダーティー・インプットを使うことによる時間選好への累積的影響も考慮し，それを内生変数と考えて意思決定を行う。これに関連する条件は (18) である。これら２つの影響を具体的に確認するために，標準的な新古典派的状況を考え，$\theta'(z)=0$ としてみよう（外生的に一定の時間選好率)。(17) より，左辺第３項は無視でき，左辺第１項ではダーティー・インプットが経済主体の厚生に与えるマイナスの影響が確かめられる。左辺第２項には z の投入が増えることによる産出量へのプラスの影響が表れている。これらは経済全体にとってのプラスとマイナスの効果であり，したがって社会的計画者は，環境保全への関心を抱きながら持続的な経済発展を達成するという難しいトレードオフに直面していると解釈できる。この構図自体は外生的時間選好でも同じなのだが，Chu *et al.* (2016) では時間選好率の内生的決定要因として z の水準が影響するため，それも勘案しながらさらに複雑な状況下での意思決定を迫られることになる。当然このことは，以下で分析する最適環境税にも大きく影響する。

社会的に最適な成長経路の存在および安定性

最適成長経路の特性に関して分析を行う[14]。準備として，時間選好率が z の関数となっていることから，その弾力性パラメータを $\epsilon(z)\equiv z\theta'(z)/\theta(z)$ と定める。いまや状態変数（state variable）は２つ存在し，分権的経済よりも複雑になっている点に注意が必要である。原論文に沿って (19) の Michel 流の横断性条件を突破口として解き進めていく。現在価値ハミルトニアンが極限（$t\rightarrow\infty$）において０になるという条件から以下が得られる[15]。

13）詳細は Acemoglu (2009)，Barro and Sala-i-Martin (2003) などを参照せよ。
14）原論文では本文と補論を合わせても１頁強でこの問題を説明しているが，少し量の多い計算を覚悟しなければならない。本論文では補論Aを使い，ポイントになる部分を明確にしながら解説を試みる。

$$H^{sp}=\frac{(cz^{-\eta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$
$$+\lambda(Akz^{1-\alpha}-c)-\mu\theta(z)=0 \qquad (20)$$

ここで λ と μ は次のように表現できる。

$$\lambda=c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)} \qquad (21)$$

$$\mu=\frac{-\eta c^{1-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)-1}+c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)}(1-\alpha)Akz^{-\alpha}}{\theta'(z)} \qquad (22)$$

（21）と（22）を（20）に代入し，長い計算を経由して整理すると（23）-（25）が得られる[16]。

$$\frac{\dot{z}}{z}=\frac{x}{\Delta}\left[\left\{\eta+\frac{\sigma}{1-\sigma}\epsilon(z)\right\}\theta(z)\right.$$
$$\left.-\{\sigma(1-\alpha)+\eta(1-\sigma)\}Az^{1-\alpha}\right] \qquad (23)$$

ただし，x と Δ は以下のようになっている。

$$x=\frac{[1-\alpha-\epsilon(z)]Az^{1-\alpha}}{\eta+\left(\frac{\sigma}{1-\sigma}\right)\epsilon(z)} \qquad (24)$$

$$\Delta\equiv\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon(z)}z\sigma[(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x]+\{\epsilon(z)$$
$$-1+\alpha\}[\sigma(1-\alpha)+\eta(1-\sigma)]Az^{1-\alpha} \qquad (25)$$

この（23）-（25）によって社会的計画経済の動学体系が特徴づけられる。以前述べたように，Chu *et al.*（2016）は，モデル構造上は AK モデルに他ならないから，均衡動学および均斉成長均衡のプロパティは予想可能なものであるが，このことを明示的に確認する。まず（24）より，x の正値性を保証する条件が求められ，$\epsilon(z)<\min[\eta(\sigma-1)/\sigma, 1-\alpha]$ となる。本モデルでは，この条件が満たされることを仮定する。そして（23）を定常均衡のまわりで線形近似すると，次のように表現できる（ティルダは定常均衡値であることを表す）。

$$\dot{z}=\tilde{x}\cdot(z-\tilde{z}) \qquad (26)$$

ここで $\tilde{x}$ は（24）で決定され，これまでの議論よりプラスの値となる。目下の動学体系の固有値を ξ とすると，（26）より $\xi=\tilde{x}>0$ である。プラスの固有値であること，ダーティー・インプット z はフローなのでコントロール変数（control variable）となることより，社会的計画経済の均斉成長均衡は局所的に決定的である（動学的に不安定）。すなわち，この経済はつねに一意的に決定される均斉成長経路上にある。結果を以下の命題にまとめる。

命題Ⅲ．3：社会的計画経済における均衡は一意的に決まり，局所的に決定的である。移行動学は存在せず，経済はつねに均斉成長経路上にある。

Ⅲ－5．最適環境税体系

社会的計画経済の均衡条件を使用することにより，最適環境税体系の問題を考察することができる。（15）を分権的経済の（6）と比較すると，最適経路を得る必要条件は $\lambda=\varphi$ である。分析の方針としては，まず計画経済での定常均衡における成長率（均斉成長率）を求め，それを分権経済でのものと比較する。乖離が生じる場合，その調整手段としての税体系を明らかにし，いわゆる最適課税に関する含意を導く。社会的計画経済における成長率は以下のように求められる[17]。

$$\tilde{g}^{sp}=\frac{1}{\sigma}[A\tilde{z}^{1-\alpha}-\theta(\tilde{z})] \qquad (27)$$

この（27）と分権的経済の場合の均衡成長率（12）を比較してみる。すなわち，$\tilde{g}^{d}=\tilde{g}^{sp}$ となるための条件は，次のように表すことができる。

$$\tau_k^*=\alpha-1 \qquad (28)$$

（28）の含意は後で包括的に検討するが，$0<\alpha<1$ であったから，$\tau_k{}^*<0$ となり，社会的な最適解に達するためには，資本への課税ではなく補助金が必要になることがわかる（ダーティー・インプットに対して，資本をクリーン・インプットと想定している点が関係する）。

続いて最適な環境税体系を具体的に考える。以前に求めた消費に関するオイラー方程式と予算制約式（$y=c+\dot{k}$）から，社会的計画経済で

15）$\hat{\lambda}$ と $\hat{\mu}$ の表現を使って $H^{sp}=[\cdot]\exp[-\Theta]$ とすると，極限では $\exp[-\Theta]=1$ となり（20）に帰着する。
16）（23）-（25）の導出については補論Aを参照せよ。
17）（27）の導出については補論Aを参照せよ。

は以下が成立する[18]。

$$\frac{\dot{x}}{x}=\frac{\dot{c}}{c}-\frac{\dot{k}}{k}=\frac{r-\theta(z)}{\sigma}-Az^{1-\alpha}+x \qquad (29)$$

（29）に種々の条件を適用し整理していくと，以下のように最適環境税率が導出される[19]。

$$\tau_p^*=\eta\frac{\tilde{x}}{\tilde{z}}+\frac{\theta'(\tilde{z})}{1-\sigma} \qquad (30)$$

（30）に基づき，環境に関する負の外部性の内部化という目的をふまえ，いわゆるピグー税の有効性を検証してみることにしよう。ここで，Bovenberg and Goulder（1996）によって定式化された限界環境ダメージ（MED；marginal environmental damage）という考え方を用いる[20]。環境汚染によって環境の質が悪化して効用が低下することと，消費財消費によって効用が上昇すること（消費の限界効用）との対比から，効用の悪化を補正（矯正）する最適環境税率を導き出すのである。目下の設定でのダーティー・インプット使用による汚染のMEDは次のように定義される。

$$D\equiv-\frac{\partial u/\partial z}{\lambda} \qquad (31)$$

（31）より，定常均衡（均斉成長経路上）でのMEDを評価するため，$\tilde{D}\equiv D/k$と定める。（15）から$D=\eta\,(c/z)$となることより，結果的に所望のMEDは以下のように導かれる。

$$\tilde{D}=\eta\frac{\tilde{x}}{\tilde{z}} \qquad (32)$$

（30）と（32）より，$\tau_p^*=\tilde{D}+\theta'(\tilde{z})/(1-\sigma)$となるから，最適環境税率$\tau_p^*$とMEDの関係について，時間選好率関数のプロパティに応じてケースが以下のように確定する（ただし$\sigma>1$）。

$$\begin{cases}\tau_p^*>\mathrm{MED} & \theta'(\tilde{z})<0\text{ のとき}\\ \tau_p^*=\mathrm{MED} & \theta'(\tilde{z})=0\text{ のとき}\\ \tau_p^*<\mathrm{MED} & \theta'(\tilde{z})>0\text{ のとき}\end{cases}$$

これらの結果を以下の命題にまとめる。

命題Ⅲ．4：時間選好率が外生的に与えられるケースでは，最適な環境税率はピグー税率に一致する。これに対して，時間選好率が内生的に決定され，$\theta'(\tilde{z})<0$のケースでは，最適な環境税率はMEDを上回り，$\theta'(\tilde{z})>0$のケースでは，最適な環境税率はMEDを下回る。

これまでの2つの経済システム（分権的経済と社会的計画経済）を比べてみると，3種類の外部性に起因する「歪み」が発生し，これらが経済システム間の乖離を生じさせることがわかる。1つめは，資本蓄積がもたらす外部性であり，広い意味でのマーシャル的外部性である[21]。2つめは，瞬時的効用（選好）について，汚染（ダーティー・インプットの使用）がもたらす外部性である。最後に3つめは，時間選好について，2つめと同じく汚染がもたらす外部性である[22]。（28）で求めたように，資本への最適な課税率は負であり，したがって1つめの外部性を補正するために，政府は個別企業に補助金を拠出すべきであるとの結論が得られる。資本の蓄積は社会的に正の外部性をもたらすが，個別企業はこの便益を認識できず，（分権的）

18）（29）は，Chu *et al.*（2016）のAPPENDIX Dの（D.5）に対応する。

19）（30）の導出については補論Aを参照せよ。なお，内生的時間選好を含むモデルでは，均衡の安定性をはじめモデルの主要な結果が，時間選好率に加え異時点間の代替の弾力性パラメータに依存して決まってくることがしばしばみられる。たとえば，Hosoya（2021）などを参照せよ。

20）Bovenberg and Goulder（1996）では，ダーティー・インプット（中間投入財）に課される税率をτ_D^xとして次のように表される（Qは環境の質，x_Dはダーティー・インプット，C_Cはクリーンな消費財を表す）。

$$\tau_D^x=\left[\frac{\partial U/\partial Q(-\partial q/\partial x_D)}{\partial U/\partial C_C}\right]\frac{1}{\eta}$$

ここで右辺の角括弧の部分が，ダーティー・インプットの使用によるMEDを表す。

21）現代的には，MAR外部性（Marshall-Arrow-Romer外部性）ともいう。

22）これまでの説明にあるように，分権的経済における経済主体は，これら3種類の外部性を所与として最適化行動をとっている。

経済全体で資本が過少になるのである。

Chu *et al.*（2016）において特に興味深いのは，（30）に関連した２つめと３つめの外部性である。まず，政府などの政策主体が MED に見合うように環境税としてのピグー税率を設定すれば，２つめの外部性を補正することができる。これはよく知られた一般的な結果である。しかしながら，このことは次の含意をもたらす。つまり，MED を基準としてピグー税率が設定できたとしても，３つめの時間選好率由来の歪みを適切に補正することは不可能である，ということである。これより，時間選好率が内生的に決まる状況（$\theta'(z)\neq 0$）まで視野に入れた場合，目下の環境で経済に生じている非効率性をピグー税によって取り除くことはできないのである。このことは内生的時間選好を導入したことによる新たな結果であり，環境政策の議論にとって重要な示唆を与えるものである。

ただし，外部性への対処に関しては次のような見方も考えられる。Chu *et al.*（2016）では内部化が求められる３つの政策課題に対して，資本蓄積への補助金と通常のピグー税という２つの政策手段で対応する状況を描いており，「ティンバーゲンの定理」が指し示すように，１つの手段が不足しているとみることができる。もし，時間選好率に由来する汚染の外部性を制御可能な新たな政策手段が実行できれば，理論的には分権的経済のパフォーマンスを最適な状態にまで引き上げることができるはずである。しかし，これまでの議論から予想されるように，現実的にはそうした適切な手段を講じることは相当難しい。人々の時間選好率に関する集合的属性を観察・判断し，そこでの知見の蓄積に基づきながら課題への対処を考える姿勢が求められる。たとえば内部化の手段として租税を使用する場合，環境目標に対して柔軟に対応するボーモル-オーツ流の発想が必要になるかもしれない（Baumol and Oates, 1971）。

本節を締め括るに当たって，命題Ⅲ．４の内容をさらに深めておくべきである。全知全能の社会的計画者による最適な z の決定は，（17）で端的に表現される。はじめに，increasing marginal impatience のケース（$\theta'(z)>0$）を考える。$-\eta c^{1-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)-1}+\lambda(1-\alpha)Akz^{-\alpha}-\mu\theta'(z)=0$ において，左辺の第３項は補論 A で示したように $\mu<0$ より，正である。これは z の増加による便益を意味し，ゆえに計画者は高水準の z を選ぶ。いま最適資本税率 $\tau_k^*=\alpha-1$ が実行されていれば，計画者は分権的経済における成長率を最適成長率に一致させることができる。消費の時間経路が同一と考えると，より高い時間選好率は，経済主体（家計）にとってより高い水準の経済厚生をもたらすはずである。この影響を考慮して，計画者は高水準の z，つまり高い $\theta(z)$ を選択するのである。結果としてこの場合，最適環境税率はピグー税率と比較して相対的に低い税率水準になる。これに対して，decreasing marginal impatience（$\theta'(z)<0$）のケースは次のように説明できる。（17）の右辺第３項は負になることから，z が増加することによる不利益が発生する。このことを社会的計画者は考慮し，低水準の z を選ぶ。これによってダーティー・インプットの増加による経済厚生への負の影響が抑制され，家計は相対的に高い経済厚生水準に到達できるようになるのである。したがって，最適環境税率はピグー税率と比較して相対的に高い税率水準になる（高税率によって z の投入が抑えられる）[23]。

以上の分析を通じて明らかにされた最重要ポイントは，経済主体の行動を描写するのにより現実的であると思われる内生的時間選好下においては，最適環境税体系としてのピグー税の有効性に疑問符が付くことであろう。このことは

23）当然だが，内生的時間選好関数の関数形が，社会的計画者の選択に際しても変わらないことがポイントである。したがって，性急な経済主体から構成される経済では，現在選好の強い人々のために高水準の z を選ぶことが彼らの経済厚生を高める。それに対して，忍耐強く将来についても思慮のある経済主体から構成される経済では，低水準の z を選択して環境保全に努めることが彼らの経済厚生を高める。

政府にとって，環境政策を策定する際の無視できない新たな留意事項となるはずである。Chu *et al.*（2016）は AK タイプの生産技術をベースとしており，移行動学のない持続的成長モデルであるが，本論文の関心に即すと，環境汚染のダメージを考慮したなかでの持続的成長を描いている点で，持続可能性の１つの側面を把握するうえで重要な貢献を果たしていると考えられる[24)]。この延長上では，異なる生産技術のもとでの分析は当然興味深い課題となるし，同時に，ダーティー・インプットのみによって時間選好が左右される状況をより拡張的に考察する工夫も求められる。

Ⅳ．内生的時間選好と持続的発展

Ⅳ－1．基本設定

前節で検討したモデルでは資本は物的資本のみの１種類であった。本節で紹介する Hartwick and Long（2018, *Mathematical Social Sciences*）では，通常の物的資本を人工資本（man-made capital）と位置づけ，それとの対比として２つめの資本である自然資本（natural capital）が考慮される（Krautkraemer, 1985; d'Autume and Schubert, 2008）[25)]。Hartwick and Long（2018）によると，自然資本には２つの役割が付与されるという。１つはそのストックからの毎期の採取物（フロー）は生産への投入要素となる。もう１つは自然資本ストックが総体として生み出す効果であり，人間に対して「心地よさ」「快適さ」「自然の恵み」といった意味でのアメニティ・サービスをもたらす。環境を保全することで，こうしたサービスを享受できるのである。ここで主要な先行研究に倣い，自然資本を再生不可能な枯渇性資源として取り扱う[26)]。

無限期間にわたって生存する経済主体は，$\theta\in[0,1]$ 上に稠密に存在している（θ でインデックスされる）。各主体は初期時点 $t=0$ で資本ストック $k(0,\theta)$ と枯渇性自然資源ストック $x(0,\theta)$ を付与されているものとする[27)]。本来，枯渇性資源は公共財的性質を有するが，簡単化のため各主体によって分割して所有されていると仮定する。よって個人所有量の合計が経済全体でのストックに一致する。経済主体は最終財消費と保有する資源ストックからもたらされるアメニティ・サービスから効用を得るので，$u[c(t,\theta),x(t,\theta)]$ として効用関数を定式化する。この関数は厳密な増加関数かつ厳密な凹関数で，$u_{cx}>0$，$u_c[0,x]=\infty$，$u_x[c,0]=\infty$ を満たす[28)]。

いま $q(t,\theta)$ を個別に保有する自然資源ストック $x(t,\theta)$ からの採取フローと定める。したがって，資源ストックの遷移式は $\dot{x}(t,\theta)=-q(t,\theta)$ と表せる（マイナスの符号に注意）。つまり，枯渇性資源は再生不可能であるから，採取フローがストックから減じられることになる。個別主体は採取した資源を市場価格 $p(t)$ で販売する。それを企業は購入し最終財生産

24）次節では，効用関数によって表現される経済厚生の水準に直接的に焦点を当てる，環境を考慮した持続可能性のマクロ経済分析に含まれるもう１つのタイプの研究を紹介する。

25）Hartwick and Long（2018）は，前節の Chu *et al.*（2016）のモデル構造と共通する部分も多いが，読者が実際に原論文に取り組む際の利便性を考慮し，ノーテーションはそれぞれの論文のものを踏襲する。

26）原生林（old-growth forest）や採石場が例として挙げられている。

27）以下では，枯渇性自然資源ストックを「枯渇性資源」「自然資源ストック」「資源ストック」などと呼ぶことがあるが，すべて同じ意味で用いられる。

28）$u_c[\cdot]=\partial u[c,x]/\partial c$, $u_x[\cdot]=\partial u[c,x]/\partial x$ であり，$\lim_{c\to 0}u_c[c,x]=\infty$，$\lim_{x\to 0}u_x[c,x]=\infty$ となる。

$Y(t)$ への投入要素として使用する。資本についても企業はレンタル料 $r(t)$ で取得し生産に使用する。これらより，経済全体における採取された投入枯渇性資源の総量 $Q(t)$ と総資本ストック $K(t)$ は，$Q(t) \equiv \int_0^1 q(t,\theta)\mathrm{d}\theta$ および $K(t) \equiv \int_0^1 k(t,\theta)\mathrm{d}\theta$ と表せる（個別経済主体分を集計する）。よって最終財生産関数は $Y(t)=F[K(t), Q(t)]$ となる。この生産関数は1次同次性を満たす標準的なコブ-ダグラス型であり，完全競争経済ではゼロ利潤となって完全分配定理が成立する。各生産要素の価格は，$r(t)=F_K[K(t), Q(t)]$，$p(t)=F_Q[K(t), Q(t)]$ と決定される。

各経済主体の所得は，企業への資本供給と採取資源販売によって稼得され，次の関係 $y(t,\ \theta)=r(t)k(t,\ \theta)+p(t)q(t,\ \theta)$ が成立する。したがって，$\dot{k}(t,\ \theta)=y(t,\ \theta)-c(t,\ \theta)$ は個別の資本蓄積方程式となる。ところで，これまでの説明から明らかであるが，経済全体での自然資源ストックの総量は定義的に $X(t) \equiv \int_0^1 x(t,\theta)\mathrm{d}\theta$ と表せる。また個別の資本蓄積方程式をふまえると，マクロでの総消費は $C(t)=F[K(t), Q(t)]-\dot{K}(t)$ となり，その成長率を $g(t) \equiv \dot{C}(t)/C(t)$ と定めておく。

Ⅳ－２．分権的経済

第Ⅲ節と同様に，はじめに分権的経済主体の選択問題に焦点を当てよう。具体的には消費および採取物フローの時間経路 $c(t,\ \theta)$ と $q(t,\ \theta)$ を選ぶ。これまでの説明をふまえ，通時的効用関数は次のように定式化される。

$$U=\int_0^\infty u[c(t,\theta), x(t,\theta)]\beta(t)\mathrm{d}t$$

ただし，

$$\beta(t) \equiv \exp\left(-\int_0^t \phi[K(\tau), Q(\tau), X(\tau), C(\tau), g(\tau)]\mathrm{d}\tau\right)$$

ここで $\beta(t)$ は効用割引因子であり，そのなかの時間選好率 $\phi(\cdot)$ は5つのマクロ経済変数 $\{K, Q, X, C, g\}$ の関数となっている[29]。先に指摘したように，Hartwick and Long（2018）の持続可能性の定義は，当該分野で1つの標準となっている世代間で一定の効用が維持されるというものである。したがって，これを満たすような時間選好率の性質を明らかにすることが主題となる。

分権的経済の最適化問題を解くために，現在価値ハミルトニアンを以下のように設定する[30]。なお，状態変数である k と x に付随する共役変数をそれぞれ π と ψ（プサイ）で表す。

$$J^d=u[c, x]\beta+\pi(rk+pq-c)-\psi q$$

最適化のための1階の条件は以下のように表すことができる。なお，(37) は2つのストック変数についての横断性条件である。

$$\frac{\partial J^d}{\partial c}=0 : u_c[c, x]\beta-\pi=0 \tag{33}$$

$$\frac{\partial J^d}{\partial q}=0 : \pi p-\psi=0 \tag{34}$$

$$\dot{\pi}=-\frac{\partial J^d}{\partial k} : \dot{\pi}=-\pi r \tag{35}$$

$$\dot{\psi}=-\frac{\partial J^d}{\partial x} : \dot{\psi}=-u_x[c, x]\beta \tag{36}$$

$$\text{横断性条件}：\lim_{t\to\infty}\pi(t)k(t)=0,\quad \lim_{t\to\infty}\psi(t)x(t)=0 \tag{37}$$

競争均衡

上で求めた条件を使って，競争均衡で成立する特徴を明らかにする。まず (33) について，両辺の自然対数をとると (38) が成立する（β の定義を用いる）。

$$\ln u_c-\int_0^t \phi[K(\tau), Q(\tau), X(\tau), C(\tau), g(\tau)]\mathrm{d}\tau=\ln\pi \tag{38}$$

(38) を時間に関して微分すると以下の特徴的な関係式が導出できる[31]。

29）原論文ではここで王朝モデルを引き合いに出し，効用割引率の議論を少し詳しく行っているが，紙幅の関係から本論文では省略する。なお5つの変数として原論文では R が含まれているが，Q だと思われる。

30）以下では必要のない限りにおいてノーテーションを簡便にし，t と θ を省略する。

$$\frac{u_{cc}\dot{c}}{u_c}+\frac{u_{cx}\dot{x}}{u_c}-\phi[K(t), Q(t), X(t), C(t), g(t)]=-r=-F_K \quad (39)$$

ラムゼイモデルからの類推で，（39）は消費に関するオイラー方程式に他ならない。

次に（34）より，$\ln\pi+\ln p=\ln\psi$が成立する。したがって，以下を得る[32]。

$$\frac{\dot{\pi}}{\pi}+\frac{\dot{p}}{p}=\frac{\dot{\psi}}{\psi}\Leftrightarrow -r+\frac{1}{F_Q}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F_Q=-\frac{1}{F_Q}\left(\frac{u_x}{u_c}\right) \quad (40)$$

（40）は修正されたホテリング・ルールとみなすことができる。採取した資源価格の上昇率$(1/F_Q)(\mathrm{d}F_Q/\mathrm{d}t)$は，利子率から調整された（消費と資源アメニティ・サービスとの間での）限界代替率を差し引いたものに等しくなることがわかる。たとえば，当該分野の基本文献であるDasgupta and Heal (1974)での分析に基づくと，枯渇性資源問題におけるホテリング・ルールは，資源価格の上昇率が人工資本の限界生産性（利子率）に等しくなることを主張するものである。したがって，Hartwick and Long (2018）の分析で加わった新たな調整項は$-(1/F_Q)(u_x/u_c)$である。標準的なモデルと比較すると，効用関数に資源アメニティ・サービスが追加されたことによる調整と考えることができる。

効用水準が時間を通じて一定になる場合の要件

Hartwick and Long (2018）における持続可能性は，第Ⅰ節で述べたように，効用水準が通時的に一定に維持されることである（効用一定性には一般に時間選好率の可変性が要請されるが，彼らの研究はその際の諸要件を導く研究として位置づけられる）。一定の効用水準を$\bar{u}$で表すことにすると，各時点において$u[c(t, \theta), x(t, \theta)]=\bar{u}$が成立することが必要である。これを時間に関して微分すると，右辺が0で，$u_c\dot{c}+u_x\dot{x}=0$となり，次式が成立する。

$$\dot{x}=-\frac{u_c}{u_x}\dot{c} \quad (41)$$

（41）を（39）に代入し，限界効用の弾力性の表記（$\epsilon_{cc}\equiv cu_{cc}/u_c, \epsilon_{xc}\equiv cu_{xc}/u_x$）を用いて整理していくと，$(\epsilon_{cc}-\epsilon_{xc})(\dot{c}/c)+r=\phi[\cdot]$を得る。ここで$G(x, c)\equiv\epsilon_{xc}-\epsilon_{cc}$とすると，結果的に以下が導出される。

$$-G(x, c)\frac{\dot{c}}{c}+r=\phi[K, Q, X, C, g] \quad (42)$$

ここでϵ_{cc}は個別消費に関する消費の限界効用の弾力性，ϵ_{xc}は個別消費に関するアメニティ・サービスの限界効用の弾力性を表し，$u_c>0$, $u_{cc}<0$，$u_x>0$，$u_{xc}>0$だから，$\epsilon_{cc}=cu_{cc}/u_c<0$, $\epsilon_{xc}=cu_{xc}/u_x>0$となる。したがって，$G(x, c)>0$である。これらの弾力性の表現は，$cu_{cc}/u_c=\partial\ln u_c/\partial\ln c=(u_{cc}/u_c)\{1/(1/c)\}$ および$cu_{xc}/u_x=\partial\ln u_x/\partial\ln c=(u_{xc}/u_x)\{1/(1/c)\}$ と書き換えることができる。よって関数$G(\cdot)$に関して以下を得る。

$$G(x, c)=\frac{\partial(\ln u_x-\ln u_c)}{\partial\ln c}=\frac{\partial\ln\left(\frac{u_x}{u_c}\right)}{\partial\ln c} \quad (43)$$

（43）より，$G(\cdot)$は個別消費に関する消費財とアメニティ・サービスの間での限界代替率の弾力性を表す。

いま経済主体の選好が同質（対称）であることを仮定する。すると，$G(x, c)=G(X, C)$が成立する。これによって，効用割引関数つまり内生的時間選好率関数が満たすべき性質が明らかになる。すなわち，瞬時的時間選好率関数である$\phi[K, Q, X, C, g]$が，マクロでの物的資本（人工資本）の限界生産性から限界代替率弾力性とマクロでの消費の成長率との積を差し引いた$F_K-G(X, C)g$に一致する場合に限って，効用水準は時間を通じて一定となることが（42）から確認できるのである。これを以下の命題にまとめておく。

31）（35）と$r=F_K$となることを使っている。

32）（40）の導出については，補論Bを参照せよ。

命題Ⅳ．1：通時的にすべての経済主体の効用が一定となるような競争均衡では，瞬時的時間選好率関数ϕ［・］が，$F_K - G(X, C)g$に等しくならなければならない。ただし，G(・）は消費（財の消費量）に関する消費財とアメニティ・サービスの間での限界代替率の弾力性であり，gはマクロでの消費の成長率である。

換言すると，ϕ［・］がF_Kと等しくなる場合に限り，$g=0$で効用が一定となるのである。

具体例

以上の一般的な議論について，関数形を特定化してより具体的な結果を得ることにしたい。いま効用関数をCES型としてみよう。結果的にこの場合，$G(x, c)$ はアメニティ・サービスと消費の間の代替の弾力性σの逆数として表現されることになる。このことを確認する。$u(c, x) = U[B(c, x)]$ とする。$U[B(\cdot)]$ は増加関数かつ凹関数であり，$B(c, x)$ は以下のように表される合成財（composite commodity）だと考える。

$$B(c, x) = \left(\alpha x^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + \beta c^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \equiv Z^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{44}$$

ただし$\sigma>0$は代替の弾力性パラメータ（一定）である。(44)より，$u_x = U'[B]\,\alpha\,x^{-(1/\sigma)}Z^{1/(\sigma-1)}$，$u_c = U'[B]\,\beta\,c^{-(1/\sigma)}Z^{1/(\sigma-1)}$と計算できる。これらについて両辺の対数をとると，以下を得る。

$$\ln u_x = \ln U'[B] + \ln \alpha - \frac{1}{\sigma}\ln x + \left(\frac{1}{\sigma-1}\right)\ln Z \tag{45}$$

$$\ln u_c = \ln U'[B] + \ln \beta - \frac{1}{\sigma}\ln c + \left(\frac{1}{\sigma-1}\right)\ln Z \tag{46}$$

（45）と（46）について辺々差し引くと，以下を得る。

$$\ln u_x - \ln u_c = -\frac{1}{\sigma}(\ln x - \ln c) + \ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \tag{47}$$

（43）と（47）を使うと，結果的に次の関係式を導出できる。

$$\frac{\partial(\ln u_x - \ln u_c)}{\partial \ln c} = \frac{1}{\sigma} = G(x, c) \tag{48}$$

（48）より，本項の冒頭で述べたことが成り立っていることがわかる。加えて，$\sigma=1$とした場合，効用関数はコブ-ダグラス型となり，$G(x, c)=1$である。

ここまでの結果について

具体例で想定したCES型効用関数を適用した場合の帰結と（42），そして経済主体の対称性の仮定より，以下を得ることができる。

$$\phi[K, Q, X, C, g] = F_K - \frac{1}{\sigma}g \tag{49}$$

マクロレベルで（49）を満足するようにϕ［・］が決まることが，持続的発展（通時的な効用一定性）にとって必要となる。これまでの議論より，各時点で枯渇性資源の利用分を社会として補うために，人工資本への投資を行って生産能力を維持して持続可能性（持続的発展）を保証しなければならず，それを可能とする十分な貯蓄の必要性が示唆されることになる。

ところで，本論文第Ⅰ節で検討した持続可能性の視点に立つと，Hartwick and Long（2018）の分析は持続的発展の可能性への１つの回答であるといえる。しかしながら，達成される一定の効用水準が，実現可能ななかで最も高い水準のものかは現時点ではわかっていない。このことを確かめるには，前に検討したChu *et al.*（2016）と同様に，全知全能の社会的計画者を想定した最適化問題を解く必要がある。次節ではそれを行うことになる。

Ⅳ－３．社会的計画経済：一定の効用水準が最大になるケース

社会的計画者は代表的経済主体の通時的に一定の効用の流列を最大化しようとする。具体的には，一定の効用水準$\bar{u}$をもたらすべく，マクロでの総消費Cおよびマクロでの枯渇性資源採取量Qを選択する問題に帰着する[33]。最適

化問題をフォーマルに示すと以下のようになる。

$$\max \quad \bar{u}$$

subject to

$$\dot{K}=F[K, Q]-C,\ K(0)=K_0>0$$
$$\dot{X}=-Q,\ X(0)=X_0>0$$
$$u[C, X]-\bar{u}\geq 0$$

加えて2つのストック変数について，$\lim_{t\to\infty} K(t)\geq 0$ と $\lim_{t\to\infty} X(t)\geq 0$ が課される。

この最適化問題は目的関数が通常の積分和の形式ではないが，Cairns and Long（2006）で示されているように，ハミルトニアン J^{sp} は状態変数（ここでは2つ）に付随する共役変数によってウェイトづけされた当該状態変数の時間微分の和になる。いま共役変数を π^{sp}（K について）と ψ^{sp}（X について）とすると，$J^{sp}=\pi^{sp}\dot{K}+\psi^{sp}\dot{X}$ となる。最適経路上ではハミルトニアンについて $J^{sp}=0$ となることから，次式が導かれる。

$$\pi^{sp}[F[K, Q]-C]-\psi^{sp}Q=0 \tag{50}$$

（50）より，人工資本への最適投資量は以下の条件を満足する必要がある。

$$I\equiv\dot{K}=F[K, Q]-C=\frac{\psi^{sp}}{\pi^{sp}}Q \tag{51}$$

（51）は共役変数の経済学的な意味を考慮すると，重要な結果である。すなわち，経済全体での物的資本への投資は採取された枯渇性資源の価値に等しくなる必要があり，枯渇性資源が減少した場合にはその分を人工の物的資本への投資によって補うことを要請するものである[34]。これはハートウィック・ルールそのものであり，ここでの内生的時間選好のフレームワークにおいても，環境と持続的発展にアプローチする標準的なモデルと同様にこの原則が成立する（Hartwick，1977；浅子他，2002）[35]。これを以下の命題にまとめる[36]。

命題Ⅳ．2：社会が到達可能な最も高い水準の通時的効用経路は，理論的には分権的経済で達成可能である（分権的経済と社会的計画経済のパフォーマンスの同等性）。すなわち，代表的経済主体の（内生的）時間選好率が，総消費の成長率で調整された資本の限界生産物（$F_K=r$）に一致するとき，所期の目的が達成される。またこのとき，最適経路上ではハートウィック・ルールも成立する。

具体例

Hartwick and Long（2018）では，効用関数と生産関数をともにコブ-ダグラス型に特定化して，ハートウィック・ルールと修正されたホ

33）Hartwick and Long（2018）では，マクシミン（マックスミン）原理という用語は1度も登場しないものの，ミクロ経済学やゲーム理論を学んだ経験があれば，ここでの最適化の考え方がこの原理と密接に関係することは容易に気づかれたであろう。そしてこの背景にはロールズ流の価値基準ないしは公平性基準が存在している。そうしたとき，「現在世代と比較して後の将来世代の効用が減少しないこと」がおそらく最も一般的な持続可能性の考え方であり，それに対応して技術的には「世代間で効用水準が一定となる経路から最も高い水準のものを選ぶ（マクシミン原理）」ことになるのである。本論文では紙幅の都合からこの問題を正面から取り上げる余裕はないが，以下で言及するCairns and Long（2006）をはじめ，Asako（1980），浅子他（2002），Cairns and Martinet（2014），浅子他（2015）などを参照すればこの論点について詳しい理解が得られる。特にAsako（1980）は，Solow（1974）やDasgupta（1974）らによる環境問題へのマクシミン原理の適用についての初期の貢献をふまえ，その理論的な問題点を批判的に検討している。加えて，第Ⅰ節でも言及した加藤・我妻（2012）の包括的な議論は，持続可能性の概念についての理解を深めるうえで大いに参考になる。

34）分権的経済における（34）より，$\psi^{sp}/\pi^{sp}=\psi/\pi=p=F_Q$ が成立する。

35）パレートの意味で効率的な資源配分が達成されている経路のなかで，世代間の効用が一定（通時的に非減少）になるために必要な条件がハートウィック・ルールである。ハートウィック・ルールは理論モデルから忠実に導かれた重要な形式的条件であることは確かである。しかし，浅子他（2015）が論じているように，枯渇性資源をはじめとした環境資本を社会的共通資本（宇沢，2003）として捉えた場合，ハートウィック・ルールの政策的適用には慎重な判断が求められることもまた確かである。

36）命題Ⅳ．2に関連し，ここでの最適化問題の詳細とハートウィック・ルール，ホテリング・ルールとの関係については補論Bを参照せよ。

テリング・ルールを満足し，効用水準が最も高くかつ通時的に一定となる $\{K(t), Q(t), C(t)\}$ の時間経路，消費成長率 g，および内生的時間選好率 ϕ が明示的に求められている（本論文では省略する）。

V．おわりに

本論文では持続可能性の概念を支える持続的成長と持続的発展の考え方をふまえながら，内生的時間選好関数を実装しそれぞれの考え方に対応した２つのモデルを詳細に検討してきた。重要なポイントについては随所で言及してきたので，ここではこれらのモデルを基点とした今後期待される展開について少しコメントしておきたい。

第Ⅲ節の内生的成長を象徴する AK モデル（Chu *et al*., 2016）での結果は，たとえば他の内生的成長モデルに基づいた場合でも共有される部分は多いと考えられる。ただし移行動学のない単純な AK モデルでは得られなかったより興味深い動学的特性が，他のモデルでは得られるだろう。分析結果が場合によっては大きく変わると考えられる点は，ダーティー・インプット以外の要素も内生的時間選好関数に加味される場合である。その場合，家計の選択が時間選好率に直接及ぶことも考えられる（一例としては，時間選好関数が個別家計の消費水準に依存する場合がある）。こうした点について，分析の拡張が期待される[37]。

第Ⅳ節のモデル（Hartwick and Long, 2018）は，内生的時間選好下での持続的発展の問題を考えるうえで，無駄を削ぎ落した基礎的な分析的フレームワークを提供しており，今後，当該分野における基本文献になると思われる。したがって，環境外部性を明示的に考慮することなど，さまざまな応用が期待できる。また，内生的時間選好関数がマクロレベルでの５つの内生変数に依存する形式になっていたが，これをより具体化し（場合によってはこのなかから採用する変数を取捨選択することも考えられる），数値解析なども活用しながら実証的な方面の研究と接続させることも大変有益である。

本論文で検討した２つの分析に共通するのは，人々の時間選好に個別的要素と集合的要素がどのように関わり合うかであり，そこから想定される定式化は多岐にわたる。先に言及したダスグプタ（2019）の言葉を借りれば，人々の福祉に直結する彼らの選好は多次元的であって，おそらくその中核には時間選好率の多次元性が位置している。本論文で紹介・検討したモデルは，そうした難題に直接的にアプローチした論文であり，大きな意義が認められる。ただし，政策的インプリケーションの導出などを目的とし，より具体的な分析を進めるうえでは，時間選好関数の関数形の定式化などをはじめ，多角的に深められるべき課題は数多く残されていることを指摘しておきたい[38]。したがって，

37）最近の研究を概観すると，内生的時間選好を考慮した場合でも，おそらく分析を容易にする観点から，個別経済主体の最適化行動にとって時間選好率は外生的に所与と想定される場合が多い。当然，状況設定に依るものの，人々の実際の認識・行動を考えると，このパラメータが完全に外生的であると考えるのはいくぶん強い仮定である。環境の質といったマクロ的な指標のみを関数関係に取り込む場合はもちろん外生性は適切な仮定であるが，行動のミクロ的基礎を考慮すべき状況では異なる可能性が考えられる。またここでの文脈からは外れるが，実証的視点もまじえた一般的な意味で，これは個々の時間選好率と社会的割引率の問題にも間接的に関わる事柄である。

そうした興味深いテーマの探究は，今後の環境マクロ経済学研究の進展のなかで重要な一角を占めるはずである。

参 考 文 献

浅子和美・川西諭・小野哲生（2002）「枯渇性資源・環境と持続的成長」『経済研究』第53巻第３号，pp. 236-246

浅子和美・落合勝昭・落合由紀子（2015）『グラフィック環境経済学』新世社

宇沢弘文（2003）『経済解析―展開編』岩波書店

加藤裕己・我妻伸彦（2012）「経済発展・成長と環境―考え方と経済計画やOECDの分析にみる実態―」『東京経大学会誌（経済学）』第275号，pp. 19-57

ダスグプタ，プルナミタ（2019）「経済成長と持続可能性―社会進歩の多次元性―」『経済研究』第70巻第３号，pp. 253-270

Acemoglu, D. (2009), *Introduction to Modern Economic Growth*, Princeton University Press

Agénor, P.-R. (2010), "A Theory of Infrastructure-led Development", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 34 No. 5, pp. 932-950

Arrow, K., P. Dasgupta, L. Goulder, G. Daily, P. Ehrlich, G. Heal, S. Levin, K.-G. Mäler, S. Schneider, D. Starrett and B. Walker (2004), "Are We Consuming Too Much?", *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18 No. 3 , pp. 147-172

Asako, K. (1980), "Economic Growth and Environmental Pollution under the Max-Min Principle", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 7 No. 3 , pp. 157-183

Ayong Le Kama, A. and K. Schubert (2007), "A Note on the Consequence of an Endogenous Discounting Depending on the Environmental Quality", *Macroeconomic Dynamics*, Vol. 11 No. 2, pp. 272-289

Barro, R.J. and X. Sala-i-Martin (2003), *Economic Growth*, 2nd ed., MIT Press

Baumol, W.J. and W.E. Oates (1971), "The Use of Standards and Prices for Protection of the Environment", *Swedish Journal of Economics*, Vol. 73, No. 1, pp. 42-54

Becker, G. and C. Mulligan (1997), "The Endogenous Determination of Time Preference", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 112, No. 3, pp. 729-758

Bovenberg, L. and L.H. Goulder (1996), "Optimal Environmental Taxation in the Presence of Other Taxes: General-Equilibrium Analyses", *American Economic Review*, Vol. 86 No. 4, pp. 985-1000

Cairns, R.D. and N.V. Long (2006), "Maximin: A Direct Approach to Sustainability", *Environment and Development Economics*, Vol. 11 No. 3, pp. 275-300

Cairns, R.D. and V. Martinet (2014), "An Environmental-Economic Measure of Sustainable Development", *European Economic Review*, Vol. 69, pp. 4-17

Chu, H. and C.-C. Lai (2014), "Abatement R&D, Market Imperfections, and Environmental Policy in an Endogenous Growth Model",

38）個人の選好の集まりとして，政治や環境政策も含め，社会の大勢がどのような「関数形」で表現されるかは極めて重要な論点であり，たとえば先進国と開発途上国の対立の構図にも大きく関係すると考えられる。そうした問題を分析する出発点として，人々の性急さ（impatience か否か，そしてその程度）をどのように実証的に把握するかは基本的視点の１つである。

Journal of Economic Dynamics and Control, Vol. 41, pp. 20-37

Chu, H., C.-C. Lai and C.-H. Liao (2016), "A Note on Environment-dependent Time Preferences", *Macroeconomic Dynamics*, Vol. 20 No. 6, pp. 1652-1667

Das, M. (2003), "Optimal Growth with Decreasing Marginal Impatience", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 27 No. 10, pp. 1881-1898

Dasgupta, P. (1974), "On Some Alternative Criteria for Justice between Generations", *Journal of Public Economics*, Vol. 3 No. 4, pp. 405-423

Dasgupta, P. and G. Heal (1974), "The Optimal Depletion of Exhaustible Resources", *Review of Economic Studies*, Vol. 41 No. 5, pp. 3-28

Dioikitopoulos, E.V. and S. Kalyvitis (2015), "Optimal Fiscal Policy with Endogenous Time Preference", *Journal of Public Economic Theory*, Vol. 17 No. 6, pp. 848-873

Dioikitopoulos, E.V., S. Ghosh, C. Karydas and E. Vella (2020), "Roads to Prosperity without Environmental Poverty: The Role of Impatience", *Economics Letters*, Vol. 186, 108870

d'Autume, A. and K. Schubert (2008), "Hartwick's Rule and Maximin Paths When the Exhaustible Resource Has an Amenity Value", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 56 No. 3, pp. 260-274

Epstein, L.G. (1987), "A Simple Dynamic General Equilibrium Model", *Journal of Economic Theory*, Vol. 41 No. 1, pp. 68-95

Fleurbaey, M. (2015), "On Sustainability and Social Welfare", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 71, pp. 34-53

Fullerton, D. and S.-R. Kim (2008), "Environmental Investment and Policy with Distortionary Taxes, and Endogenous Growth", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 56 No. 2, pp. 141-154

Groth, C. and F. Ricci (2011), "Optimal Growth When Environmental Quality is a Research Asset", *Research in Economics*, Vol. 65 No. 4, pp. 340-352

Hartwick, J.M. (1977), "Intergenerational Equity and the Investing of Rents from Exhaustible Resources", *American Economic Review*, Vol. 67 No. 5, pp. 972-974

Hartwick, J.M. and N.V. Long (2018), "Sustainability with Endogenous Discounting When Utility Depends on Consumption and Amenities", *Mathematical Social Sciences*, Vol. 95, pp. 31-36

Hartwick, J.M. and N.V. Long (2020), "Sustainability with Endogenous Discounting", *International Journal of Economic Theory*, Vol. 16 No. 2, pp. 216-221

Hosoya, K. (2021), "The Effects of Patience in a Growth Model with Infrastructure and a Related Externality", mimeo, Kokugakuin University

Klarl, T. (2016), "Pollution Externalities, Endogenous Health and the Speed of Convergence in an Endogenous Growth Model", *Journal of Macroeconomics*, Vol. 50, pp. 98-113

Krautkraemer, J.A. (1985), "Optimal Growth, Resource Amenities and the Preservation of Natural Environments", *Review of Economic Studies*, Vol. 52 No. 1, pp. 153-169

Michel, P. (1982), "On the Transversality Condition in Infinite-Horizon Optimal Problems", *Econometrica*, Vol. 50 No. 4, pp. 975-985

Obstfeld, M. (1990), "Intertemporal Dependence, Impatience, and Dynamics", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 26 No. 1, pp. 45-75

Pittel, K. (2002), *Sustainability and Endogenous*

Growth, Edward Elgar

Romer, P. (1986), "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, Vol. 94 No. 5, pp. 1002-1037

Solow, R.M. (1974), "Intergenerational Equity and Exhaustible Resources", *Review of Economic Studies*, Vol. 41 No. 5, pp. 29-45

Strotz, R.H. (1955), "Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization", *Review of Economic Studies*, Vol. 23 No. 3, pp. 165-180

Suphaphiphat, N., P. Peretto and S. Valente (2015), "Endogenous Growth and Property Rights over Renewable Resources", *European Economic Review*, Vol. 76, pp. 125-151

Uzawa, H. (1968), "Time Preference, the Consumption Function, and Optimum Asset Holdings", in J.N. Wolfe (ed), *Value, Capital and Growth: Papers in Honour of Sir John Hicks*, Edinburgh University Press

Vella, E., E.V. Dioikitopoulos and S. Kalyvitis (2015), "Green Spending Reforms, Growth, and Welfare with Endogenous Subjective Discounting", *Macroeconomic Dynamics*, Vol. 19 No. 6, pp. 1240-1260

Weitzman, M.L. (1994), "On the Environmental Discount Rate", *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 26 No. 2, pp. 200-209

Xepapadeas, A. (2005), "Economic Growth and the Environment", in K.-G. Mäler and J.R. Vincent (eds), *Handbook of Environmental Economics*, Vol. 3, North-Holland

Yanase, A. (2011), "Impatience, Pollution, and Indeterminacy", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 35 No. 10, pp. 1789-1799

補論 A. Chu-Lai-Liao モデルの詳細

(13) の導出

$\tilde{z}=[(1-\alpha)A/\tau_p]^{1/\alpha}$ の表現に注意すると，

$$\frac{\partial \tilde{g}^d}{\partial \tau_p}=-\frac{\tau_p}{1+\tau_k}\frac{1}{\sigma}(1-\alpha)A\tilde{z}^{1-\alpha}\frac{1}{(\tau_p)^2}+\frac{1}{\sigma}\theta'(\tilde{z})\frac{1}{\alpha}\tilde{z}\left(\frac{(1-\alpha)A}{\tau_p}\right)^{-1}\cdot\frac{(1-\alpha)A}{(\tau_p)^2}$$

$$=\frac{(1-\alpha)A}{\sigma\alpha(\tau_p)^2}\tilde{z}^{1-\alpha}\left(-\frac{\alpha\tau_p}{1+\tau_k}\right)+\theta'(\tilde{z})\frac{1}{\sigma\alpha\tau_p}\tilde{z}$$

となる。ここで $[(1-\alpha)A/\sigma\alpha(\tau_p)^2]\tilde{z}^{1-\alpha}=(1/\sigma\alpha\tau_p)\tilde{z}$ となることを利用すると本文の（13）を得る。

(23)-(25) の導出

2つの共役変数を横断性条件の（20）に代入し整理していくと，以下を得る。

$$\frac{c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)}}{1-\sigma}+c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)}A\frac{1}{x}z^{1-\alpha}-c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)}+\frac{\theta(z)\eta c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)}}{z\theta'(z)}-\frac{\theta(z)c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)}(1-\alpha)Az^{-\alpha}}{\theta'(z)x}=0$$

ここで $B\equiv c^{-\sigma}z^{-\eta(1-\sigma)}$ として展開していく。

$$\frac{B}{\epsilon(z)}\left[\frac{\eta x-A(1-\alpha)z^{1-\alpha}}{xz}\right]=\frac{B[-\sigma x-A(1-\sigma)z^{1-\alpha}]}{(1-\sigma)xz}$$

$$\rightarrow\ -\eta x+\beta Az^{1-\alpha}=\epsilon(z)\left(\frac{\sigma}{1-\sigma}x+Az^{1-\alpha}\right) \tag{A1}$$

ただし $\beta\equiv 1-\alpha$ である。次のステップに移る。この（A1）について両辺の対数をとり，時間に関して微分すると，以下を得る。

$$\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon(z)}\frac{\dot{z}}{z}z+\frac{A(1-\alpha)z^{1-\alpha}}{\frac{\sigma}{1-\sigma}x+Az^{1-\alpha}}\frac{\dot{z}}{z}$$
$$-\frac{\beta A(1-\alpha)z^{1-\alpha}}{\beta Az^{1-\alpha}-\eta x}\frac{\dot{z}}{z}$$
$$=-\frac{\eta\dot{x}}{\beta Az^{1-\alpha}-\eta x}-\frac{\frac{\sigma}{1-\sigma}\dot{x}}{\frac{\sigma}{1-\sigma}x+Az^{1-\alpha}}$$

ここで（A1）より $\sigma x/(1-\sigma)+Az^{1-\alpha}=(\beta Az^{1-\alpha}-\eta x)/\epsilon(z)$ であり，また $\dot{z}/z$ と $\dot{x}/x$ の項で括り整理すると，以下を得る（$\beta=1-\alpha$ を使用している）。

$$\left[\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon(z)}z+\frac{\{\epsilon(z)-1+\alpha\}(1-\alpha)Az^{1-\alpha}}{(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x}\right]\frac{\dot{z}}{z}$$
$$=-\frac{x}{(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x}$$
$$\cdot\left[\eta+\frac{\sigma}{1-\sigma}\epsilon(z)\right]\frac{\dot{x}}{x}\qquad\text{(A2)}$$

次に，（15）の両辺に k^{σ} を乗じ，x を使うと，$-\sigma(\dot{x}/x)=(\dot{\lambda}/\lambda)+\sigma(\dot{k}/k)+\eta(1-\sigma)(\dot{z}/z)$ が得られる。この式に（16）と予算制約条件を代入し整理すると（A3）が得られる[39]。

$$\frac{\dot{x}}{x}=-\frac{1}{\sigma}\left[\theta(z)-(1-\sigma)Az^{1-\alpha}\right.$$
$$\left.-\sigma x+\eta(1-\sigma)\frac{\dot{z}}{z}\right]\qquad\text{(A3)}$$

端的にいうと，（A1）-（A3）を使用して整理していくと（23）が導出される。そのために（A2）をわずかに書き換えておく[40]。これを以下の（A2)′とする。

$$\left[\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon(z)}z+\frac{\{\epsilon(z)-1+\alpha\}(1-\alpha)Az^{1-\alpha}}{(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x}\right]\frac{\dot{z}}{z}$$
$$=-\left[\frac{x}{(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x}\right.$$
$$\left.\cdot\frac{\eta(1-\sigma)+\sigma\epsilon(z)}{1-\sigma}\right]\frac{\dot{x}}{x}\qquad\text{(A2)}'$$

（A3）を（A2)′の右辺に代入し，$\dot{z}/z$ で括ることのできる項を左辺に寄せる方針で進む。

$$\frac{\dot{z}}{z}\left[\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon(z)}z+\frac{\{\epsilon(z)-1+\alpha\}(1-\alpha)Az^{1-\alpha}}{(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x}\right.$$
$$\left.-\frac{\eta\{x\eta(1-\sigma)+x\sigma\epsilon(z)\}}{\sigma\{(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x\}}\right]$$
$$=\frac{\{x\eta(1-\sigma)+x\sigma\epsilon(z)\}\{\theta(z)-(1-\sigma)Az^{1-\alpha}-\sigma x\}}{\sigma(1-\sigma)\{(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x\}}$$

ここで（A1）より $x\eta(1-\sigma)+x\sigma\epsilon(z)=(1-\sigma)Az^{1-\alpha}\{1-\alpha-\epsilon(z)\}$ となることから，これを上の式に適用して $\dot{z}/z$ について解くと以下を得る。

$$\frac{\dot{z}}{z}=\frac{\{x\eta(1-\sigma)+x\sigma\epsilon(z)\}\{\theta(z)-(1-\sigma)Az^{1-\alpha}-\sigma x\}}{1-\sigma}$$
$$\times\frac{1}{\frac{\epsilon'(z)}{\epsilon(z)}z\sigma[(1-\alpha)Az^{1-\alpha}-\eta x]+\{\epsilon(z)-1+\alpha\}[\sigma(1-\alpha)+\eta(1-\sigma)]Az^{1-\alpha}}$$

右辺の後半の分数部分の分母は本文中の（25）の表現と同一である。これより以下を得る。

$$\frac{\dot{z}}{z}=\frac{x}{\Delta}\left[\left\{\eta+\frac{\sigma}{1-\sigma}\epsilon(z)\right\}\theta(z)\right.$$
$$\left.-\left\{\eta+\frac{\sigma}{1-\sigma}\epsilon(z)\right\}[(1-\sigma)Az^{1-\alpha}+\sigma x]\right]$$

この式中で $(1-\sigma)Az^{1-\alpha}+\sigma x=[(1-\sigma)/\{\eta(1-\sigma)+\sigma\epsilon(z)\}]\cdot[\sigma(1-\alpha)+\eta(1-\sigma)]Az^{1-\alpha}$ であるから，これを使って本文中の（23）が求められる。また x は（24）で表される。

（27）の導出

社会的計画経済の横断性条件（19）より μ を求める。

$$\mu=\frac{1}{\theta(z)}\left[\frac{(cz^{-\eta})^{1-\sigma}}{1-\sigma}+\lambda(Akz^{1-\alpha}-c)\right]\qquad\text{(A4)}$$

Chu *et al.*（2016）は，Ayong Le Kama and Schubert（2007）と同様，異時点間の代替の弾力性の逆数について $\sigma>1$ を仮定しており，

39)（A1）-（A3）は，Chu *et al.*（2016）の APPENDIX C の（C.1）-（C.3）に対応している。
40)（A3）についても $\dot{z}/z$ の項を角括弧の外に出しておくとよい。

$\mu<0$が示されると述べている。これは正しいが厳密に表現しておく。$\mu<0$となるには，$\sigma>Akz^{1-\alpha}/(Akz^{1-\alpha}-c)>1$である。この共役変数の負値条件は後で使う。(15）と（A4）を（17）に代入し整理すると以下のようになる。

$$-\eta\frac{\frac{c}{k}}{z}+(1-\alpha)Az^{-\alpha}$$
$$=\frac{\theta'(z)}{\theta(z)}\left[\frac{\sigma}{1-\sigma}\frac{c}{k}+Az^{1-\alpha}\right]$$

ここで$c/k=x$であり，均斉成長経路上で評価すると次の（A5）が導かれる[41]。

$$-\eta\frac{\tilde{x}}{\tilde{z}}+(1-\alpha)A\tilde{z}^{-\alpha}$$
$$=\frac{\theta'(\tilde{z})}{\theta(\tilde{z})}\left[\frac{\sigma}{1-\sigma}\tilde{x}+A\tilde{z}^{1-\alpha}\right] \quad \text{(A5)}$$

（16）より$Az^{1-\alpha}=-(\dot{\lambda}/\lambda)+\theta(z)$であり，（15）の$\dot{\lambda}/\lambda=-\sigma(\dot{c}/c)-\eta(1-\sigma)(\dot{z}/z)$を考慮して，（A5）にこれらを適用する。均斉成長経路上では$\dot{z}/z=0$となり，均斉成長経路上での表記法を使用すると本文中の（27）が得られる。

（30）の導出

均斉成長経路では消費と資本は同率で成長して$\dot{x}=0$となるから，これを（29）に代入して$\tilde{x}$について解く。ここで（２）に$\Lambda=AK^{1-\alpha}$と均衡条件$K=k$を考慮し，（28）の条件をふまえると$r=A\tilde{z}^{1-\alpha}$を得る。これを$\tilde{x}$の決定式に代入すると，以下のようになる。

$$\tilde{x}=-\frac{A\tilde{z}^{1-\alpha}-\theta(\tilde{z})}{\sigma}+A\tilde{z}^{1-\alpha} \quad \text{(A6)}$$

一方で，ここでは環境税率との関係性を分析しているので，（3）を$T_p=\tau_pK$と上で使ったΛの表記，そして資本の均衡条件を使用して書き換えると次のようになる。

$$(1-\alpha)A\tilde{z}^{-\alpha}=\tau_p \quad \text{(A7)}$$

（A5）の左辺に（A7）を，右辺の$\tilde{x}$に（A6）を代入して整理していくと，角括弧内の分子が$\theta(\tilde{z})$となるから，最終的に本文中の（30）の表現を得る。

補論B．Hartwick-Longモデルの詳細

（40）の導出

$(\dot{\pi}/\pi)+(\dot{p}/p)=\dot{\psi}/\psi$として，左辺第１項には（35）を使う。続く第２項は$p=F_Q$より，$\dot{p}/p=(1/F_Q)(\mathrm{d}F_Q/\mathrm{d}t)$となる。右辺は，（36）より$\dot{\psi}/\psi=-u_x\beta/\psi$，（33）より$\beta=\pi/u_c$であるから，これらより$\dot{\psi}/\psi=\{-u_x(\pi/u_c)\}/\psi$を得る。また（34）より$\pi=\psi/p$なので，これを使用すると以下が得られる。

$$\frac{\dot{\psi}}{\psi}=\frac{-\frac{u_x}{u_c}\frac{\psi}{p}}{\psi}=-\frac{u_x}{u_c}\frac{1}{p}=-\frac{1}{F_Q}\left(\frac{u_x}{u_c}\right)$$

以上より本文中の（40）が成立することを確認できる。

命題Ⅳ．２に関連する最適化問題の詳細

Cairns and Long（2006）に基づく。ハミルトニアンJ^{sp}とこれに付随するラグランジアンLを以下のように定式化する。

$$J^{sp}=\pi^{sp}[F[K,Q]-C]-\psi^{sp}Q$$
$$L=J^{sp}+\lambda[u[C,X]-\bar{u}]$$

ただしλはラグランジュ乗数であり，$\bar{u}$は選択可能なコントロール変数として取り扱う。こ

41)（A4）と（A5）はChu *et al.*（2016）のAPPENDIX Dの（D.1）と（D.3）に対応する。(D.2）はスキップする。また，Chu *et al.*（2016）の（D.4）は，本論文の（27）と同じである。

れらから最適化のための必要条件は，以下の（B1）～（B7）のように示される[42)]。

$$\frac{\partial L}{\partial C}=0：-\pi^{sp}+\lambda u_C=0 \tag{B1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q}=0：\pi^{sp}F_Q-\psi^{sp}=0 \tag{B2}$$

$$\dot{\pi}^{sp}=-\frac{\partial L}{\partial K}：\dot{\pi}^{sp}=-\pi^{sp}F_K \tag{B3}$$

$$\dot{\psi}^{sp}=-\frac{\partial L}{\partial X}：\dot{\psi}^{sp}=-\lambda u_X \tag{B4}$$

$$1-\int_0^\infty \frac{\partial L}{\partial \bar{u}}\,\mathrm{d}t=0：1-\int_0^\infty \lambda(t)\,\mathrm{d}t=0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^\infty \lambda(t)\,\mathrm{d}t=1 \tag{B5}$$

$$\lambda \geq 0,\ \ u[C,X]-\bar{u}\geq 0,$$
$$\lambda\,[u[C,X]-\bar{u}]=0 \tag{B6}$$

$$J^{sp}(t)=\pi^{sp}(t)[F[K(t),Q(t)]-C(t)]-\psi^{sp}(t)Q(t)=0\quad \forall t \tag{B7}$$

（B7）より $F[\cdot]-C=(\psi^{sp}/\pi^{sp})Q$ である。また，（B2）より $\psi^{sp}/\pi^{sp}=F_Q$ となるから，これらより，人工資本への投資が採取された枯渇性資源の価値に一致することを主張するハートウィック・ルールが，以下の（B8）として導出される。

$$F[K,Q]-C=Q\cdot\left(\frac{\psi^{sp}}{\pi^{sp}}\right)=Q\cdot F_Q \tag{B8}$$

続いて(B2)より，$(\dot{\pi}^{sp}/\pi^{sp})+(\dot{F}_Q/F_Q)=(\dot{\psi}^{sp}/\psi^{sp})$ を得る。左辺第１項には(B3)を代入する。右辺については，まず(B4)より $\dot{\psi}^{sp}/\psi^{sp}=-\lambda u_X/\psi^{sp}$ が得られ，これに(B2)を代入して $\dot{\psi}^{sp}/\psi^{sp}=-\lambda u_X/\pi^{sp}F_Q$ となる。(B1)の λ を代入すると $\dot{\psi}^{sp}/\psi^{sp}=-(u_X/u_C)\cdot(1/F_Q)$ を得る。以上より，修正されたホテリング・ルールが求められ，本文中の（40）に一致する。

$$-F_K+\frac{\dot{F}_Q}{F_Q}=-\frac{1}{F_Q}\left(\frac{u_X}{u_C}\right)$$

42）（B1）～（B7）は Hartwick and Long（2018）の Appendix の（A.1）～（A.7）に対応する。