

財政の持続可能性とは何か？

—横断性条件，ドーマー条件，物価水準の財政理論—

江口 允崇^{*1}

畑農 鋭矢^{*2}

要 約

本論文では、最近までの関連研究を俯瞰しながら財政の持続可能性に関する議論をまとめ、最後に試験的な実証分析を試みた。第Ⅰ節では、財政の持続可能性について概観し、政府のデフォルトについての議論をまとめた。第Ⅱ節では、財政の持続可能性の代表的な定式化として横断性条件を紹介した。第Ⅲ節では、貨幣を導入し、中央銀行が存在する下での横断性条件について整理した。この設定では、物価の変動によって横断性条件が満たされると主張する物価水準の財政理論（FTPL）が重要である。第Ⅳ節では、利子率と経済成長率の大小関係、すなわちドーマー条件の観点を加味して3つの議論を行った。第1に、ドーマー条件を考慮しながら横断性条件と政府債務 GDP 比の収束条件の関係を明らかにした。第2に、動学的最適化・効率性という視点からドーマー条件の意味を考え、財政の持続可能性に対する含意を示した。特に、 $g > r$ のケースにおいては、財政に合理的バブルが生じること、（横断性条件ではなく）政府債務 GDP 比の一定値以下への収束が持続可能性指標として妥当である可能性を示唆した。第3に、 $r - g$ に不確実性がある場合の実証分析（確率的債務持続可能性分析）を試行した。計算の結果によると、 $r - g$ に不確実性があるとき、たとえ現状が $g > r$ であったとしても、2030 年の日本の国債 GDP 比は非常に大きな値となる可能性がある。

キーワード：財政の持続可能性，横断性条件，物価水準の財政理論（FTPL），通貨発行益，ドーマー条件，合理的バブル，確率的債務持続可能性分析（SDSA）

JEL Classification：E62，H63，E31

I. はじめに

I－1. 財政の持続可能性とは

2020年に発生したCOVID-19の感染拡大を受けて、各国政府は空前の規模の財政出動を行

うこととなった。これに伴い、財政の持続可能性（Fiscal sustainability）への懸念も同時に広がっている。財政の持続可能性の正確な定義に

* 1 駒澤大学経済学部准教授

* 2 明治大学商学部教授

については経済学者の間でも完全な合意があるわけではないが、欧州委員会は以下のように定義している。

「政府の支払能力を脅かすことなく、もしくは政府の債務や約束した支出の一部を不履行にすることなく、政府が現在の支出、税、その他の政策を長期的に維持する能力」

つまり、財政の持続可能性とは、政府債務のデフォルトや約束した社会保障の変更などを引き起こすことなく、長期的に現状の支出や税の水準を維持できることをいう。財政が持続可能であるとは、単にデフォルトしないことを意味しているわけではなく、財政が安定的に運営されることを意味するという点は強調してよいだろう。本特集号の序文でも批判的に言及されるMMT（現代貨幣理論）等で主張されるように、自国通貨建ての国債がいくらかでも発行できるとしても、直ちに持続可能であるとは言えないのである。

経済理論的な設定に従えば、財政の持続可能性は、①政府債務の割引現在価値がゼロに収束する、②政府債務のGDP比が一定値に収束する、のいずれかによって判断される。①の条件は「横断性条件」（または横断条件、Transversality Condition）として知られており、学術論文における標準的な設定である（第Ⅱ・Ⅲ節）。一方で、②の政府債務のGDP比が一定値に収束するという条件は、IMFやOECD、世界銀行といった政策機関で一般的に用いられているものである。第Ⅳ節でみるように、①と②の間には密接な関係があり、条件次第では同じものとなる。あくまで別の指標として見た場合でも、どちらも政府債務がある一定以上のスピードで増加していると、財政は持続可能ではないとみなす点で共通

している。財政の持続可能性が問題視されるのは、持続可能性が満たされていないと、将来的に政府が（デフォルトも含む）財政プランの変更を迫られることになるという推測が背景にある。このような認識のもと、各国政府は自国の財政の持続可能性を検証し、急激な財政調整の必要性が生じないように財政プランの見直しを行っているのである。

I-2. 国家は破綻するか？

近年、とりわけ話題になっているのは国家の財政破綻の可能性についてである。Reinhart and Rogoff (2009) による This Time Is Different の日本語訳『国家は破綻する』（2011年）が出版されてから約10年が経過したが、この原題は、債務危機に直面する国家が「今回は違う」と言って危機を直視しないことを揶揄したものであった。この本の関心は公的債務に限らず対外債務や金融危機など幅広いが、同じ頃に刊行された Reinhart and Rogoff (2010) は公的債務が経済成長に及ぼす影響に焦点を当てている。破綻は政府が資金繰りに窮するケース以外にも、経済成長率の低下や高インフレといったマクロ経済の重篤な危機として現れるかもしれない。この論文では、政府の借金残高がGDPの90%を超えると、その国の経済成長率が大幅に低下するという実証的証拠が示され、大いに話題を呼んだ¹⁾。その後、この分析結果に対しては Herndon, Ash and Pollin (2014)²⁾ による計算過程への批判があり、90%という閾値を中心に多くの論争が生まれた³⁾。

こうした騒動があったものの、Reinhart and Rogoff (2009) の貢献の1つは、それまで存在しなかった世界中の財政破綻の包括的なデータベースを構築したことにある。Reinhart and Rogoff (2009) のデータベースには、66ヵ国800年近くに及ぶデータが収録されているが、1800年以降に限っても対外債務のデフォルト

1) その後、Reinhart, Reinhart and Rogoff (2012) では成長率の低下幅に修正があった。

2) ワーキングペーパー版は2013年の発行である。

3) 最近の再検証論文として、Reinhart and Rogoff に肯定的な Bitar, Chakrabarti and Zeaiter (2018)、否定的な Amann and Middleditch (2020) などがある。

は250回以上、国内債務のデフォルトも70回以上起きている。国内債務のデフォルトは、対外債務と異なり国際的なニュースとしてほとんど報道されることがなく、多くの場合資料がそれぞれの国の言語で書かれていることもあって、Reinhart and Rogoff (2009)の研究以前は国内債務のデフォルトの事例はほとんど知られていなかった。多くの国において（米国も例外ではなく）政府の会計の透明性が著しく乏しいという理由もある。国内債務のデフォルトが、それまで思われていたよりも遥かに頻繁に生じていることを示したことが、Reinhart and Rogoff (2009)がもたらした最大のインパクトと言えよう⁴⁾。

また、カナダ銀行とイングランド銀行が2014年より共同で作成している「BoC-BoE Sovereign Default Database」では、1960年から2020年までの154カ国の公的債務のデフォルトの事例が収録されている。こちらのデータベースによれば、1960年以降に146の政府が財政破綻を起こしており、自国通貨建て債務についても32件のデフォルト事例が存在することが報告されている⁵⁾。

1-3. 政府のデフォルト

政府のデフォルトを考える際、何をもってデフォルトとするのかを定義することが問題となる。Reinhart and Rogoff (2009)及びBoC-BoE Sovereign Default Databaseでは、公的債務の全部もしくは一部不履行といった狭義のデフォルトに加えて、債務のリスケジューリング（金利や満期の変更）や、不利な条件の証券への交換、さらには中央銀行券を不利な条件の新通貨に交換するといった通貨改革もデフォルトに含んでいる。また、自国通貨建て債務の場合、政府は貨幣を発行することで債務を返済し、インフレによって債務の実質負担を軽減することができる。1945～46年のハンガリーや、2007～08年のジンバブエがその代表例として挙げら

れる。こうした貨幣発行ないしインフレによる債務返済は、理論的には事実上のデフォルトとみなされることもあるが、これらのデータベースにおける明示的な公的債務のデフォルトには含まれない。従来、自国通貨建て債務のデフォルトが極めて稀だと思われてきたのは、このようなインフレによる返済が可能であるという認識があったからである。

しかし、実際には自国通貨建て債務がデフォルトした事例が多数確認されていることは既に見たとおりである。インフレによる返済の選択肢が存在するにも関わらず、なぜ政府は自国通貨建て債務をデフォルトすることがあるのだろうか。Reinhart and Rogoff (2009)も挙げている1つの理由は、インフレは銀行システムや金融部門に歪みを生じさせるために、インフレのもたらす歪みがデフォルトのコストよりも大きいならば、政府は（合理的に）デフォルトを選択するというものである。また、高インフレは、多くの場合通貨改革に行き着く。通貨改革が通貨（貨幣）保有者にとって不利な条件で行われるのであれば、デフォルトとしてカウントされることになる。例えば、日本は終戦後の1946年にインフレ対策と称して、世帯主で月額300円、世帯員1人につき100円までを出金制限として預金封鎖を行い、旧円と新円を切り替えたが、これは不利な条件での通貨改革に該当するため、デフォルトの事例としてReinhart and Rogoff (2009)には記録されている。第Ⅲ節で詳しく述べるが、通貨は統合政府の債務となるので、国債を不利な条件の証券と交換することがデフォルトとみなされるのと同様、通貨を不利な条件で新通貨と交換することもデフォルトとみなされるのである。

さらに、Reinhart and Rogoff (2009)でも示されているように、高インフレは為替レートの暴落（通貨危機）を伴うことが多い。すると、為替レートの暴落に対して通貨防衛を行う必要

4) それでもなお、実際の件数よりは大幅に下回るのであろうとReinhart and Rogoff (2009)は述べている。

5) Reinhart and Rogoff (2009)のデータセットにおいては、国内債務は外貨建ての債務も含んでいる。一方で、BoC-BoE Sovereign Default Databaseは、自国通貨建て債務と外貨建て債務を区別している。

が出てくるかもしれない。例えば、1990年代のロシアは、市場経済への移行に伴う混乱と財政赤字の拡大もあって急激なインフレが起きると同時に、ルーブルの減価も生じ、ルーブルの減価を抑制するために目標相場制（コリドー）を導入していた。その中で、1997年にルーブルが投機的な攻撃を受け、それに対してロシア中央銀行（CBR）は通貨防衛を行ったものの、60億ドル近くの外貨準備を失った⁶⁾。その後、原油および非鉄金属の価格が下落したことで、ロシアの基幹産業の収益が悪化し、資金流出の進行とルーブルの減価圧力が強まることとなった。そして、1998年に再びルーブルが攻撃され、IMFに資金援助を求めるも、交渉が一時決裂したこともあり、デフォルトを懸念した投資家がロシアの国債や証券を売って市場から逃げ出し、結果としてロシア政府はルーブルの切り下げと自国通貨建て債務のデフォルトを宣言することになった。

I-4. 本論文の構成

以上のように、国家の財政破綻というのは様々な形態を取りうる。政府債務が発散して財政の持続可能性が満たされない場合、①債務のデフォルト、②高インフレ（事実上のデフォルト）、③通貨危機といった事態に行き着く可能性が高まることが予想される。こうした事態を

引き起こすことなく、長期的に維持できる財政運営を考えることが、財政の持続可能性の分析の意義である。

本論文の目的は、財政の持続可能性の概念について理論的な視点から整理を行った上で、日本経済における含意を得ることである。まず、第Ⅱ節では、貨幣を捨象した実物経済における伝統的な財政の持続可能性の考え方について解説を行う。財政の持続可能性の理論的支柱となるのは、最初に述べた横断性条件である。この横断性条件から、政府の異時点間の予算制約式という概念を導出することができる。第Ⅲ節では、貨幣を導入し、貨幣発行によって政府債務の返済が行える場合の財政の持続可能性について議論する。こうした状況下における財政の持続可能性を考えるのが、物価水準の財政理論（Fiscal Theory of Price Level : FTPL）である。物価水準の財政理論では、政府の異時点間の予算制約の解釈が伝統的な考え方と異なるものとなる。第Ⅳ節では、昨今の財政の持続可能性を巡る議論で最も注目が集まっている経済成長率が利子率よりも高い場合の財政の持続可能性について考える。そして、利子率と経済成長率の差に不確実性が存在することを考慮した分析モデルにより日本の財政の持続可能性について実証分析を行う。第Ⅴ節は論文全体のまとめである。

Ⅱ. 財政の持続可能性と横断性条件

本節では実質変数により財政の持続可能性について議論する。つまり、ここでは貨幣は捨象され、中央銀行の存在は考慮しない。名目での議論、すなわち貨幣と中央銀行が存在し、物価やインフレを考慮した枠組みは第Ⅲ節で紹介する。

Ⅱ-1. 標準的な枠組み

まず、財政の予算制約を単年度で考えよう。下付きの添え字で期を表すものとし、 g は利払いを除いた政府支出、 τ は税収、 b は期末の国債（純負債）残高⁷⁾、 r は実質で測った国債利

6) Chiodo and Owyang (2002)。

7) 現実の政府は資産を保有できる。この点を考慮すると、ここでの b はグロス（粗）ではなく、ネット（純）で測られており、非負制約を課されない。つまり、政府の資産保有額が負債残高を上回ると $b < 0$ となる。

子率を表す。このとき、 t 期の政府の予算制約式は次のように書ける。

$$g_t + r_{t-1}b_{t-1} = \tau_t + (b_t - b_{t-1}) \quad (2.1)$$

ここで、左辺第2項の $r_{t-1}b_{t-1}$ は $t-1$ 期までに発行された国債の利払い費であり、右辺第2項の $b_t - b_{t-1}$ は t 期の新規国債発行額を意味する。以下では、実質利子率 r は時間を通じて一定（ $r_t = r$ ）と仮定する。

(2.1) 式を s 期先の将来に向かって（前向きに）解くと、

$$(1+r)b_{t-1} = \frac{1}{(1+r)^s} b_{t+s} + \sum_{i=0}^s \frac{\tau_{t+i} - g_{t+i}}{(1+r)^i} \quad (2.2)$$

が得られる。(2.2) 式を個別に見ていくと、左辺は t 期初（ $t-1$ 期末）に存在する（利払い費込みの）国債残高、右辺第1項は $t+s$ 期末に存在する国債残高の現在価値（ t 期における価値）、右辺第2項は t 期から $t+s$ 期までの税収と政府支出の差額（プライマリー財政収支）の現在価値を（ t 期から $t+s$ 期まで）合計（総和）したものである。

s を有限の期間と想定すると、(2.2) 式の直観的な意味は明白である。このとき、(2.2) 式を t 期から $t+s$ 期にかけての予算計画と考えれば理解が容易であろう。 t 期において政府は b_{t-1} の国債を発行済みであり、現在から将来に向かってプライマリー財政収支の（現在価値の）総和が黒字（右辺第2項が正）であれば、その分だけ計画最終年（ $t+s$ 期）に残存する国債残高（の現在価値）は少なくなる。計画期間のプライマリー財政収支が赤字（右辺第2項が負）であれば逆のことが起きる。すなわち、その分だけ計画最終年（ $t+s$ 期）に残存する国債残高（の現在価値）は多くなる。もし政府が計画最終年（ $t+s$ 期）に解散する（すべてを精算する）のであれば、最終的な債務（負債）超過を避けるべく次の条件が課される。

$$\frac{1}{(1+r)^s} b_{t+s} \leq 0 \quad (2.3)$$

神谷（2000）の表現を借りると、(2.3) 式は負債残存禁止条件と呼ばれる。

しかし、 $t+s$ 期の後に新しい政府が発足する

のであれば、その予算計画を当てにして $t+s$ 期に負債残存が許されるかもしれない。現在の政府が永続するとは限らないが、少なくとも政府の予算計画は無限先の将来まで考えて策定されと考えよう。(2.2) 式は次のように書き換えられ、

$$(1+r)b_{t-1} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^s} b_{t+s} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\tau_{t+i} - g_{t+i}}{(1+r)^i} \quad (2.4)$$

負債残存禁止条件が無限先の将来まで延長されて、

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^s} b_{t+s} \leq 0 \quad (2.5)$$

となる。再び、神谷（2000）の定義を借りると、(2.5) 式はポンジ・ゲーム禁止条件（No-Ponzi Game Condition）と呼ばれる。ポンジ・ゲームはポンジ・スキームとも呼ばれ、運用益を還元すると説明して出資者から集めた資金を実際には運用せず、前の出資者に配当として渡すことでスキームを維持しようとする。あたかも運用益が発生しているように見せかけながら、実態は資金を右から左へ流しているだけで、長期的には維持できない（持続可能でない）。

Ⅱ－２．横断性条件と異時点間の予算制約式

動学的最適化の条件の1つとして、(2.5) 式の特例ケースである

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^s} b_{t+s} = 0 \quad (2.6)$$

が課されるケースは多い。(2.6) 式の下では現在価値での負債超過はもちろんのこと、資産超過も許されない。(2.6) 式は横断性条件（Transversality Condition）と呼ばれ、動学的なマクロ経済学を基礎とした財政の持続可能性の指標として一般的なものとなっている。なお、(2.6) 式と $\lim_{s \rightarrow \infty} b_{t+s} = 0$ の違いに留意しておくことは有益であろう。(2.6) 式が成立するために $\lim_{s \rightarrow \infty} b_{t+s} = 0$ は必ずしも必要ではない。利子率 r によって複利で増殖する割引率 $\lim_{s \rightarrow \infty} 1+r^s$ に比べて b の増減率が小さければ、 $\lim_{s \rightarrow \infty} b_{t+s} \neq 0$

でも (2.6) 式は成り立つからである。

無限先の将来において、(現在価値で見て) 負債超過も資産超過も許さないという条件は理に適っているように見える。しかし、神谷 (2000)、Kamihigashi (2001, 2002, 2003)、上東 (2004) 等が指摘するように、動学的最適化にとって横断性条件は十分条件ではあっても、常に必要条件となるわけではない。横断性条件を必要としない最適解も存在しうるのである。それでも、Kamihigashi (2001) や上東 (2004) の分析によれば、経済学の標準的な設定では、(すべての場合ではないが) 多くの場合に横断性条件は最適化の必要条件となる。例えば、上東 (2004) のまとめによれば、横断性条件の必要性を保証するための十分条件として「利益関数が n 次同次であるか、またはそれに準じる性質を持つ」ことが挙げられる。上東 (2004) の利益関数とは、一般的な動学的最適化モデルにおける各期の効用関数にあたり、標準的な設定ではこの条件が満たされる。政府の目的関数が、このような効用関数を (異時点間で総和した) 通時的な効用関数であるとすれば、横断性条件は政府の最適化の必要条件となる。

横断性条件 (2.6) 式の成立を前提とすると、無限期間の政府の予算計画は、

$$(1+r)b_{t-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\tau_{t+i} - g_{t+i}}{(1+r)^i} \quad (2.7)$$

となり、現時点で存在する負債は将来に渡るプライマリー財政収支の総和の現在価値に対応することになる。(2.7) 式は政府の異時点間の予算制約 (Intertemporal Government Budget Constraint : IGBC) と呼ばれ、標準的な動学的最適化モデルにおいて政府部門に先験的に課される制約となっている。

上記の横断性条件は政府の立場から見たものであるが、民間部門も無縁ではない。国債を国内消化していれば、政府に貸し付けを行う主体は民間部門だからである。貸し借りの対応を考えれば明らかなように、財政の横断性条件が満たされていないとき、民間部門の横断性条件もまた満たされない。したがって、財政の横断性条件について議論する場合、民間部門の行動を含めて検討する必要がある。民間部門も含めたマクロ経済全体の議論については第Ⅳ節で詳述する。

Ⅲ. 物価水準の財政理論 (FTPL)

Ⅲ-1. 中央銀行の導入

前節の議論は実物変数のみで構成されており、貨幣については捨象されていた。本節では貨幣が存在する場合の政府の異時点間の予算制約を考えてみよう。多くの国において貨幣は中央銀行が発行しており、財政当局と中央銀行は国債や財政収支のやりとりを通じて結びついている。以下では、貨幣的要因を扱う現代的なマクロ経済学の標準的なテキストである Walsh (2017) の記述に倣って、財政当局と中央銀行

の予算制約について考えよう。

まず、財政当局の名目値での各期のフローの予算制約式は次のように与えられる⁸⁾。

$$G_t + i_{t-1}B_{t-1}^T = T_t + (B_t^T - B_{t-1}^T) + RCB_t \quad (3.1)$$

ここで、 G_t は名目政府支出、 T_t は名目税収、 B_t^T は t 期におけるトータルの国債残高であり、 i_t は t 期における国債 (名目) 利子率を表す。従って、 $i_{t-1}B_{t-1}^T$ は $t-1$ 期までに発行された国債残高にかかる利払い費を表し、 $B_t^T - B_{t-1}^T$ は t 期における新規の国債発行額になる。 RCB_t は中央

8) 前節の実物変数が小文字で表されていたのに対して、名目変数が大文字で表されていることに注意されたい。

銀行からの納付金（日本だと日本銀行の国庫納付金）である⁹⁾。(3.1)式の左辺は財政当局の支出サイドを表し、右辺が財政当局の収入サイドを示している。財政当局は、税収、国債発行、および中央銀行からの納付金によって、政府支出および利払い費を賄うのである。

次に、中央銀行の各期の予算制約式は、

$$(B_t^M - B_{t-1}^M) + RCB_t = i_{t-1}B_{t-1}^M + (M_t - M_{t-1}) \quad (3.2)$$

のように与えられる。ここで、 B_t^M は中央銀行が保有する国債残高であり、 $B_t^M - B_{t-1}^M$ は t 期における中央銀行の国債の新たな買い入れ額となり、 $i_{t-1}B_{t-1}^M$ は財政当局から中央銀行が受け取る国債の利払いとなる。 M_t はベースマネー、またはハイパワードマネーと呼ばれるもので、市中の現金と中央銀行当座預金（中銀当座）の合計額を表しており、 $M_t - M_{t-1}$ は今期の新たなベースマネーの変化分を表す。(3.2)式の左辺は中央銀行の支出面を表し、右辺は中央銀行の収入面を示している。(3.2)式は、中央銀行が金利のつかないベースマネーを負債として発行し、金利がつく国債を資産として運用することで利ざやを稼ぎ、生み出した利益を財政当局に納付するという中央銀行の行動をシンプルに示している。なお、ここでは、中央銀行は国債のみを資産として保有し、民間資産は保有しないものとしている。また、近年は多くの中央銀行が中央銀行当座預金に付利を行っているが、ここでは中央銀行当座預金に金利はつかない（名目金利はゼロ）としている。もし、中央銀行の当座預金に付利が行われる場合、 H_t を市中現金と中銀当座に分けた上で、その利払い費

を(3.2)式の左辺に加える必要がある。

Ⅲ－２．統合政府の予算制約式

(3.1)式と(3.2)式と統合し、市中保有の国債残高を $B \equiv B_t^T - B_{t-1}^M$ と定義すれば次の名目表示の統合政府の予算制約式が得られる¹⁰⁾。

$$G_t + i_{t-1}B_{t-1} = T_t + (B_t - B_{t-1}) + (M_t - M_{t-1}) \quad (3.3)$$

(3.3)式は、統合政府が税収と国債発行だけでなく、ベースマネーの発行によっても収入を生み出せることを示している。

t 期における物価水準を P_t とし、(3.3)式を物価水準で割り込んで実質化すると、次の実質表示の統合政府の予算制約式が得られる。

$$g_t + rb_{t-1} = \tau_t + (b_t - b_{t-1}) + \left(m_t - \frac{1}{1 + \pi_t} m_{t-1} \right) \quad (3.4)$$

ここで、 $g_t \equiv G_t/P_t$ 、 $\tau_t \equiv T_t/P_t$ 、 $b_t \equiv B_t/P_t$ 、 $m_t \equiv M_t/P_t$ であり、 π_t は純インフレ率($P_t/P_{t-1} - 1$)

である。また、 $r \equiv \frac{1 + i_{t-1}}{1 + \pi_t} - 1$ は、国債の純実質利子率を表しており、前節と同様に実質利子率は時間を通じて一定とする。

(3.4)式は、税を課すか、国債またはベースマネーを（実質値で）民間部門に保有させることで引き換えに実物財を調達し、実物的な政府支出および利払いを行うことを示している。統合政府は貨幣を発行できるとはいえ、実物的な尺度で見れば、家計と企業と同様に資源制約に直面しているのである。

9) 日本では、日本銀行法第53条において、日本銀行が得た最終的な利益（当期剰余金）は、準備金や出資者への配当に充てる部分を除き、国庫に納付することが定められている。米国のFRBをはじめとした諸外国の中央銀行においても同様の制度が設けられている。

10) 統合政府の予算制約式は、中央銀行の利益がそのまま財政当局に移転されるという仮定に基づいていることに注意しよう。実は、この仮定は現実的とは言えない。なぜなら、中央銀行は損失を出すこともありうるからである。これは、 RCB_t が負の値をとる場合を意味している。 RCB_t が負の値をとっているときは、中央銀行の損失を埋めるために財政当局が逆に補填を行っているということである。しかし、実際には、中央銀行が利益を出した場合は国庫に納付するものの、損失を出した場合は財政当局がそれを補填するとは限らない。このような非対称性がある場合には、統合政府ではなく財政当局と中央銀行の予算制約をそれぞれ別に扱う必要があることを、Reis (2015)、Benigno and Nisticò (2020)などが指摘している。

Ⅲ-3. 通貨発行益

一般的に、政府がベースマネー（貨幣）を発行することで得られる収入のことを、通貨発行益（シニョレージ）と呼ぶ。通貨発行益には、①貨幣の増刷分を通貨発行益とみなすもの、②名目金利の節約分を通貨発行益とみなすもの、の2種類の見方が存在する。名目値の場合と実質値の場合でそれぞれ見ていこう。

まず、名目値における通貨発行益の第1の見方は、単純に(3.3)式の右辺の最後の括弧の中にある貨幣の発行増分 $M_t - M_{t-1}$ をそのまま通貨発行益とみなすものである。ここでは貨幣の発行にコストが一切かからないものとしているが、貨幣の発行にコストがかかる場合は、貨幣の額面から費用を引いたものが通貨発行益となる。たとえば、1万円の原因が20円とすれば、差額の9,980円が通貨発行益ということである。これを実質値にすると

$$\frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} = m_t - \frac{1}{1 + \pi_t} m_{t-1}$$

となり、(3.4)式の右辺の最後の括弧内の

$$m_t - \frac{1}{1 + \pi_t} m_{t-1}$$

がこれに当たる。名目値の場合と異なり、インフレ率 π_t が登場するところがポイントで、インフレ率が正の場合は

$$m_{t-1} > \frac{1}{1 + \pi_t} m_{t-1}$$

となり、通貨発行益が大きくなることに注目しよう。これは、インフレが生じると前期から引き継いだ貨幣の実質値が小さくなるため、その分統合政府の債務が軽減され、インフレがある種の税のように働くことを意味している。例えば、前期の物価水準の下

での貨幣の実質値 $m_{t-1} = \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}}$ が、リング10

個分だったとしよう。ここで、今期10%のインフレが起きれば、前期から引き継いだ貨幣の

今期における実質値 $\frac{M_{t-1}}{P_t}$ はリング約9個分

に減ってしまう。ここで、今期の物価水準の下

での今期の貨幣残高の実質値 $m_t = \frac{M_t}{P_t}$ がリン

ゴ12個分だとすれば、民間部門は3個分のリングを犠牲にして追加的な貨幣を保有することになる。逆に言えば、政府部門はリング12個分の貨幣を民間部門に保有させることで、今期新たにリング3個分の実物財を調達することができるのである。もしインフレがなければ、政府が調達できるリングは2個であるが、10%のインフレが起きることによって3個分のリングを手に入れられるのである。これはすなわち、インフレが事実上の（実物財単位での）税として機能していることを意味している。数式で示すと、インフレがない場合（ $\pi_t = 0$ ）は通貨発行益は $m_t - m_{t-1}$ となるが、インフレがある場合は通貨発行益は

$$m_t - \frac{1}{1 + \pi_t} m_{t-1} = m_t - m_{t-1} + \frac{\pi_t}{1 + \pi_t} m_{t-1}$$

となる。つまり、インフレによって $\frac{\pi_t}{1 + \pi_t} m_{t-1}$

だけの追加的な実物財単位での収入が得られる

わけである。これは、税率が $\frac{\pi_t}{1 + \pi_t}$ で、課税ペー

スが m_{t-1} の税収と捉えることができる。

$\frac{\pi_t}{1 + \pi_t}$ は近似すると π_t になるので¹¹⁾、インフ

レ率は貨幣に対する税率として解釈できるため、これをインフレ税と呼ぶことがある。

貨幣の発行増分を通貨発行益とみなすのはシンプルな捉え方ではあるが、統合政府にとって貨幣は負債であるので、負債を発行することで得た資金をいわゆる利益を計算する上での収益

11) $\frac{\pi_t}{1 + \pi_t} = \pi_t - \frac{\pi_t^2}{1 + \pi_t}$ であり、 π_t^2 を高次の無限小とみなせば、 $\frac{\pi_t}{1 + \pi_t} \approx \pi_t$ となる。これは、1次のマクロー

リン展開を適用することによっても導出できる。

の中にカウントすることには違和感があるかもしれない。通常の企業会計の場合、負債を発行して得た資金は、収益にはカウントしないからである。そこで、通貨発行益の第2の見方となるのが、通貨発行益を名目金利の節約分として捉えるというものである。統合政府の債務（負債）は国債の市中保有分と貨幣を合計したものである。この統合政府の債務を $D_t \equiv B_t + M_t$ と定義しよう。 D_t を用いて (3.3) 式を書き換え

$$G_t + i_{t-1} D_{t-1} = T_t + (D_t - D_{t-1}) + i_{t-1} M_{t-1} \quad (3.5)$$

となる。(3.5) 式では、右辺の収入面に $i_{t-1} M_{t-1}$ という項が登場している。これは、統合政府の債務全体のうち、国債部分は金利を支払わなければいけないが、貨幣の部分は金利を支払わなくてもよいので、支払利息の節約ができるために、その分収益が生まれたとみなせることを意味している。統合政府の通貨発行益を考える場合、こちらの方が一般的である¹²⁾。

同じように、統合政府の実質債務残高を $d_t \equiv \frac{D_t}{P_t} = \frac{B_t + M_t}{P_t}$ として (3.4) 式を書き換えると、次の実質で評価した統合政府の予算制約式が得られる。

$$g_t + r d_{t-1} = \tau_t + (d_t - d_{t-1}) + \frac{i_{t-1}}{1 + \pi_t} m_{t-1} \quad (3.6)$$

(3.6) 式の右辺の最後の項の $\frac{i_{t-1}}{1 + \pi_t} m_{t-1}$ がこの場合の通貨発行益を表している。 $\frac{i_{t-1}}{1 + \pi_t}$ を近似すると i_{t-1} なので、通貨発行益は結局のところは名目金利の節約分となり、名目で考えた場合とほとんど同じになる。

まとめると、統合政府の通貨発行益の測り方には、①貨幣の発行増分を通貨発行益とみなす

ものと、②名目金利の節約分を通貨発行益とみなすもの、の2種類の見方が存在する。両者の違いは、政府債務を市中保有の国債のみと考えるか、ベースマネーも合わせて考えるかに起因している。ただし、次項で見るように、どちらで考えた場合でも結果的に得られる統合政府の異時点間の予算制約式には違いがない。

Ⅲ－４．異時点間の予算制約

ここまで見たように、通貨発行益には2つの定義がある。1つ目の貨幣の増刷分の実質値を s_{1t} とすると、次のように表せる。

$$s_{1t} \equiv m_t - \frac{1}{1 + \pi_t} m_{t-1}$$

一方、2つ目の名目金利の節約分の実質値を s_{2t} とすれば、

$$s_{2t} \equiv \frac{i_{t-1}}{1 + \pi_t} m_{t-1}$$

と書ける。

上記の通貨発行益の定義を用いて、(3.4) 式と (3.6) 式を書き換えると、次のようになる。

$$g_t + r b_{t-1} = \tau_t + (b_t - b_{t-1}) + s_{1t} \quad (3.7)$$

$$g_t + r d_{t-1} = \tau_t + (d_t - d_{t-1}) + s_{2t} \quad (3.8)$$

(3.7) 式と (3.8) 式を無限期先に向かって解くと、それぞれ次が得られる。

$$(1+r)b_{t-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\tau_{t+i} - g_{t+i}}{(1+r)^i} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{s_{1t+i}}{(1+r)^i} + \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^i} b_{t+i} \quad (3.9)$$

$$(1+r)d_{t-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\tau_{t+i} - g_{t+i}}{(1+r)^i} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{s_{2t+i}}{(1+r)^i} + \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^i} d_{t+i} \quad (3.10)$$

ここで、Buiter (2007) が示しているように、貨幣の横断性条件

12) 中央銀行の通貨発行益は、ベースマネーの発行と引き換えに保有する資産から発生する利息などの運用収入であり、中央銀行が国債のみを保有している場合は国債の利子収入が通貨発行益となる。しかし、統合政府で考えた場合は、中央銀行が受け取る利子収入は、いわば政府が自分で自分に利子を払っている状況なので、財政当局の利払いと相殺されて消えることになる。したがって、統合政府にとっては、中央銀行が受け取る国債の利子収入ではなく、国債をベースマネーと交換することによる民間部門に対しての利払いの節約分が通貨発行益となる。

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^i} m_{t+i} = 0 \quad (3.11)$$

の下では、それぞれの通貨発行益の割引現在価値の間には以下の関係が成り立つ。

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{s_{1t+i}}{(1+r)^i} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{s_{2t+i}}{(1+r)^i} - (1+r)m_{t-1} \quad (3.12)$$

つまり、 s_{1t} の割引現在価値は、 s_{2t} の割引現在価値から初期時点の実質貨幣残高 $(1+r)m_{t-1}$ を引いたものになる。

(3.12) 式を用いて (3.9) 式を書き換えると、

$$(1+r)d_{t-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\tau_{t+i} - g_{t+i}}{(1+r)^i} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{s_{2t+i}}{(1+r)^i} + \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^i} b_{t+i}$$

となり、さらに国債の横断性条件として

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^i} b_{t+i} = 0 \quad (3.13)$$

を課せば、

$$(1+r)d_{t-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\tau_{t+i} - g_{t+i}}{(1+r)^i} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{s_{2t+i}}{(1+r)^i} \quad (3.14)$$

が得られる。(3.14) 式は、(3.9) 式に貨幣と国債の横断性条件 (3.11)・(3.13) 式を課したものであるが、これは (3.10) 式に、総政府債務に対する横断性条件

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{1+r^i} d_{t+i} = 0 \quad (3.15)$$

を課したものと同一になる。家計の横断性条件はあくまで総政府債務の横断性条件 (3.15) 式であるが、ここでは国債と貨幣はどちらも常に非負なので、(3.15) 式が成立していれば、(3.11) 式と (3.13) 式も成立することになる¹³⁾。

(3.14) 式の右辺の第 1 項はプライマリー黒字の割引現在価値を表し、第 2 項は通貨発行益（名目金利の節約分）の割引現在価値を表している。(3.14) 式は、現在の貨幣を含めた総政府債務の実質値が、通貨発行益を含めた黒字の割引現在価値の総額と等しくならなければいけ

ないことを示している。つまり、前節の貨幣が存在しない場合の政府の異時点間の予算制約式

(2.7) 式に、左辺の政府債務として貨幣を追加し、右辺に通貨発行益の項が加わったものになっている。

Ⅲ－５．物価水準の財政理論

(3.14) 式を見ると、貨幣が存在する場合であっても、政府の異時点間の予算制約式に大きな違いはないように見える。(3.14) 式の左辺の d_{t-1} が与えられたとすれば、それと同じだけのプライマリー黒字と通貨発行益の割引現在価値が必要ということである。ここでの通貨発行益 s_{2t} は名目金利の節約分でしかないので、名目金利が低いときは非常に小さなものにしかない。特に、名目金利がゼロの場合は、通貨発行益もゼロになる¹⁴⁾。Cochrane (2021) は、ほとんどの先進国において、通貨発行益が政府の収入に占める割合は非常に小さいと述べている。ゼロ金利のケースのように、通貨発行益が存在しない場合は、政府債務の実質値＝プライマリー黒字の割引現在価値が政府の異時点間の予算制約式となり、(貨幣が政府債務に含まれているという違いはあるが) (2.7) 式とまったく同じものになる。

異なるとすれば、貨幣的要因が導入されると、物価水準が調整されることによって政府の異時点間の予算制約が満たされる可能性が出てくる点である。このように物価水準が調整されることで政府の異時点間の予算制約が満たされるという考え方を、物価水準の財政理論 (Fiscal Theory of Price Level: FTPL) と呼ぶ。FTPL は、Leeper (1991), Woodford (1994, 1995, 1996, 1998), Sims (1994), Cochrane (1998, 2001, 2005) などによって提唱され、Canzoneri, Cumby and Diba (2010), Leeper and Leith (2016), Cochrane (2021) によってサーベイが行われている。日本

13) 貨幣が存在しない場合、家計の横断性条件と国債の横断性条件が表裏の関係にあることはすでに第Ⅱ節 2 項で述べた通りである。

14) 厳密に言えば、貨幣と国債の金利差が重要である。貨幣（ベースマネー）にも名目金利が付く場合は、貨幣の名目金利＝国債の名目金利であれば通貨発行益がゼロになる。

語の文献としては、渡辺・岩村（2004）、河越・広瀬（2003）、小寺・出水（2017）、宮尾（2017）、塩路（2018）などが挙げられる。

FTPL においては、前期の政府債務の実質値が引き継がれるのではなく、名目値のみが引き継がれると考える。つまり、ある t 期において、 $d_{t-1} = D_{t-1}/P_{t-1}$ が所与として与えられるのではなく、 D_{t-1} のみが所与であり、その実質値は D_{t-1}/P_t のように t 期の物価水準に依存して内生的に決まると考えるのである。 P_{t-1} ではなく P_t で割ることになるため、数式に若干の修正が必要となる。数式展開の都合のため、名目の政府債務残高を利払い費も含めた $A_{t-1} \equiv (1+i_{t-1})B_{t-1} + M_{t-1}$ と再定義しよう。このとき、統合政府の実質値の予算制約式は次のようになる。

$$\frac{1}{1+r} a_t = a_{t-1} + g_t - \tau_t - \frac{i_t}{1+i_t} m_t \quad (3.16)$$

ここで、 $a_t \equiv A_t/P_{t+1}$ である。政府債務の定義の修正に伴い、通貨発行益が $\frac{i_{t-1}}{1+\pi_t} m_{t-1}$ ではなく $\frac{i_t}{1+i_t} m_t$ に変化しているが、名目金利の節約分という含意は変わらない。

通貨発行益を含めた統合政府の財政黒字を

$$sp_t \equiv \tau_{t+i} - g_{t+i} + \frac{i_t}{1+i_t} m_t \quad (3.17)$$

と定義し、(3.16) 式から統合政府の異時点間の予算制約式を導出すると、次のようになる。

$$\frac{A_{t-1}}{P_t} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{sp_{t+i}}{(1+r)^i} \quad (3.18)$$

(3.18) 式において、 $A_{t-1} = (1+i_{t-1})B_{t-1} + M_{t-1}$ は前期に決定されているため所与であり、統合政府の財政黒字の割引現在価値 $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{sp_{t+i}}{(1+r)^i}$ も与えられているものとしよう。このとき、FTPL は、(3.18) 式の左辺の分母の P_t が調整されることで、統合政府の異時点間の予算制約

式が満たされると考えるのである。

FTPL において、物価水準が調整される直観的なメカニズムについて見てみよう。Cochrane（2021）に倣い、1 期間の有限期間の経済を考える。いま、経済が最終時点 T にあるとしよう。 T 期の朝に、政府は国債の保有者に対して、利払い費を含めた償還を貨幣によって行う。国債は名目値で引き継がれているので、政府は T 期の朝に新たに貨幣を発行し、国債保有者は $(1+i_{T-1})B_{T-1}$ の貨幣を受け取ることになる。よって、 T 期の朝には、家計は前期から持ち越した貨幣と合わせて $A_{T-1} = (1+i_{T-1})B_{T-1} + M_{T-1}$ の貨幣を保有していることになる。 T 期の日中に家計は財の売買を行い、政府は $P_T g_T$ の支出をさらに貨幣を発行することで行う。そして、 T 期の終わりには、政府が $P_T \tau_T$ の税を課し、貨幣を回収するものとする。このとき、

$$\frac{(1+i_{T-1})B_{T-1} + M_{T-1}}{P_T} = sp_T \quad (3.19)$$

が成立していない限り、貨幣の使い残し、ないしは不足が生じることになる。(3.19) 式は、

(3.18) 式の1 期間バージョンになっている。

(3.19) 式の左辺が右辺よりも大きい場合、納税のために必要な分以上の過剰な貨幣が発行されていることを意味し、人々は貨幣をより多くの財やサービスと交換しようとするであろう。すると、物価水準 P_T が上昇することになる。逆に、(3.19) 式の右辺が左辺よりも大きい場合、人々は納税のために必要な分の貨幣が不足しており、財を購入することは控え、むしろ保有する財を売って貨幣を手に入れようとするだろう。この場合は、物価水準が下がることになる。これが、FTPL における物価調整のメカニズムである¹⁵⁾。FTPL においては、税が貨幣の価値、すなわち物価水準を決めるのである。

FTPL の特徴は、(3.18) ないしは (3.19) 式の政府の異時点間の予算制約式を、予算制約ではなく均衡条件として捉えていることにある。

15) FTPL の物価水準の調整メカニズムは、政府債務の資産効果として捉えることもできる。保有している政府債務に対して取られる税が少なければ、家計の純資産が増えるため、総需要が高まり物価が上昇することになる。

通常のミクロ経済学における家計の予算制約を思い浮かべてみれば分かるように、予算制約とは、任意の価格が与えられた下で、数量の制約を与えるものである。従って、どのような価格が与えられたとしても、予算制約式は成立しなければならない。つまり、(3.18) 式を予算制約として捉える場合、(3.18) 式は、任意の P_t の水準について、両辺が等しくなるような財政黒字の割引現在価値 $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{sp_{t+i}}{(1+r)^i}$ を政府が生み出さなければならないという条件を表している。従来の財政の持続可能性を考える研究では、このように (3.18) 式を政府が任意の物価水準のもとで満たさなければならない予算制約として解釈していた。一方で、FTPL では、(3.18) 式はある特定の価格のもとでしか成り立たない。つまり、予算制約式とは逆に、数量が与えられたもとで価格に制約を与える均衡条件として (3.18) 式を解釈しているのである¹⁶⁾。

政府の異時点間の予算制約式を均衡条件として捉える背景には、政府が物価の尺度となる貨幣の唯一の発行者であるという認識がある。通常の家計や企業は、貨幣を発行できないので、自ら物価を調整することはできず、与えられた物価水準のもとで債務を履行しなければならない（さもなければデフォルトする）。しかし、政府は貨幣の発行者であるため、貨幣を発行することで物価の調整を迫ることができると考えるのである。Cochrane (2021) は、名目値の政府債務は政府が発行する株式のようなものであると主張している。実際、(3.16) 式は資産価格の評価式と全く同じ形をしている。通常の企業の株式の場合は、

株価 × 発行済株式数

= 配当金の割引現在価値

が株式の評価式になる。左辺の株価 × 発行済

株式数は時価総額を表している。この株式の評価式と (3.18) 式の対応関係を見ると、右辺の配当金が実質財政黒字と対応し、発行済株式数が名目政府債務残高、そして株価が物価水準の逆数 $\frac{1}{P_t}$ と対応している。よって、名目値の政府債務は政府の株式であり、実質財政黒字の請求権と捉えることができるのである。政府にとっての物価は企業にとっての株価と同じなので、企業が株式を発行すれば株価が変化すると同様に、政府は貨幣の発行によって物価を動かすことができる。

また、Cochrane (2021) は、国債と貨幣の違いを、株式発行（募集株式）と株式分割の違いのアナロジーで捉えている。募集株式は通常配当金の増加のアナウンスを伴う一方で、株式分割は単に株式の数を増やすだけで配当金の増加を約束しない。これを政府債務の問題に置き換えると、募集株式は (3.18) 式の右辺の財政黒字

の割引現在価値 $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{sp_{t+i}}{(1+r)^i}$ の増加をコミットした上で名目政府債務を増加させる政策を意味し、

株式分割は $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{sp_{t+i}}{(1+r)^i}$ を一定としたまま名目政府債務のみを増やす政策を意味する。そして、国債発行は前者の募集株式に該当し、貨幣発行は後者の株式分割に該当すると考えられる。

富田 (2006) によると、国債の起源は名誉革命後のイギリスと言われているが、当時のイギリスでは、物品税などの新税を恒久化し、それを担保として国債発行をしていた。国債発行を行う度に、何かしらの恒久的な新税を導入していたのである。現在はほとんどの国でそうした明確な担保の約束をしているわけではないが、慣習は残っており、法的・政治的な圧力によって完璧ではないにしろ暗黙の黒字へのコミット

16) Cochrane (2021) は、(3.18) 式などはそもそも家計の最適化条件である横断性条件を課しているのだから、予算制約と呼ぶことはどのみち避けるべきとしている。あくまで予算制約とは単純に各期のフローの予算制約を代入した (3.9) または (3.10) 式であり、横断性条件を課した式を予算制約と呼ぶのはふさわしくないというわけである。しかし、横断性条件を課した式を政府の異時点間の予算制約式と呼ぶことは半ば慣例化しているため、本論文ではこれらを政府の異時点間の予算制約式と呼んでいる。

を伴っているのが実情である。よって、国債発行は将来の財政黒字のコミットを伴うために募集株式に対応する一方で、貨幣発行はそのようなコミットを伴わないために株式分割に対応すると捉えられるわけである。Cochrane (2021) は、こうした募集株式と株式分割の役割分担をすることが、中央銀行と財務省を制度的に分離する理由の一つであるとしている。

ここで重要なのは、中央銀行が公開市場操作によって既存の国債を購入して貨幣と入れ替えたとしても、黒字のコミットが消えるわけではないということである。つまり、現在の国債と貨幣の構成比にはあまり意味はなく、財政黒字のコミットがどう変化したかが問題になる。また、現在の名目総債務が巨額だからといって物価が上がるとは限らない。(3.18) 式から明らかのように、将来的に十分な財政黒字がコミットされていれば物価は上がらない。また、不景気には割引率が下がる傾向があるため、財政黒字の割引現在価値が大きくなり、名目政府債務が増えていたとしてもむしろデフレになりうる。ことが Cochrane (2021) によって指摘されて

いる。逆に、将来の黒字への期待が変われば、急激な物価上昇が起きる可能性がある。これが政府の信任が重要とされる所以である。FTPL においては、政府がどれだけの財政黒字にコミットできているかが物価水準、すなわち貨幣の価値を決めることになるのである。

最後に、FTPL が財政の持続可能性についてどのような含意を持つかを考えてみよう。FTPL は横断性条件が物価の調整によって常に満たされるという理論であるが、第 I 節で述べたように、財政の持続可能性とは狭義の政府のデフォルトのみを指すわけではない。大きなインフレが生じることによって、大幅な財政改革や通貨改革の必要性が生じれば、それは持続可能な経路とは呼べない。Cochrane (2021) も述べているように、予期せぬインフレによって政府債務の実質価値を切り下げることが、事実上のデフォルトとみなせるわけだが、明示的なデフォルトでも事実上のデフォルトでも、それが生じれば財政プランの変更は不可避であろうから、財政の持続可能性の観点から見ればどちらも持続不可能と解されるのである。

IV. ドーマー条件と財政の持続可能性

IV-1. 横断性条件と政府債務 GDP 比の収束

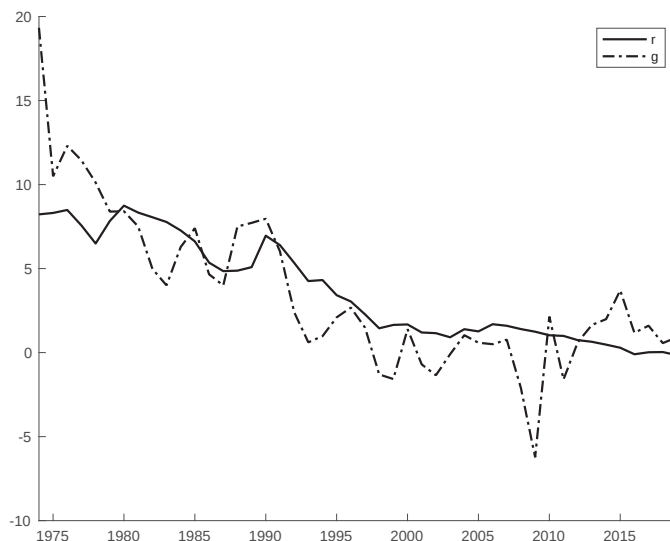
これまで横断性条件に基づいた財政の持続可能性について見てきたが、政策実務の場においては政府債務 GDP 比が一定値に収束することを財政の持続可能性の条件とすることも多い。理論的に整理すると両者には密接な関係があり、しかも利率 r と経済成長率 g (前節までの実質政府支出 g_t とは異なることに注意) の大小関係によってその関係性が大きく変わる。利率と経済成長率の大小関係はドーマー条

件¹⁷⁾と呼ばれ、政府債務 GDP 比の収束の議論に影響することがよく知られているが、横断性条件との関係も無視できないのである。

理論的な整理を行う前に、利率と経済成長率の時系列データを見ておこう。図1は、国債金利と GDP 成長率の時系列推移を比較したものである¹⁸⁾。この図によると、1980 年頃までは経済成長率の方が高いが、1990 年代に入り 20 年間ほどは利率の方が高い時期が多い。最近については、利率が低位で安定している

17) ドーマー条件は、その名前を冠しているにもかかわらず E.D. Domar の発案によるものではない。Domar (1944) の分析はドーマー命題 (定理) など別名称として、ドーマー条件とは区別することが望ましい。詳細は畑農・林・吉田 (2015) の第 7 章 unit27 を参照されたい。

図1 国債利子率と経済成長率 (%)



注： g は GDP の対前年成長率， r は 9 年物国債金利。

資料：財務省「国債金利情報」，内閣府「国民経済計算」

ことから，経済成長率が利子率を上回る時期も確認できる。

以上のように，現実のマクロ経済において $r > g$ (利子率 > 経済成長率) と $g > r$ (経済成長率 > 利子率) のいずれもが現実成立しうる事象である。そこで，Bartolini and Cottarelli (1994) や Escolano (2010) に従い，利子率と経済成長率の大小関係を軸として，横断性条件と政府債務 GDP 比の収束の関係を整理してみよう。以下では，簡単化のため，第Ⅱ節と同じく実物変数のみの場合を考える。前節までと異なり，本節では小文字の g が経済成長率を表すので，区別するため t 期の実質政府支出を G_t と大文字で表し，それに合わせて t 期の実質 GDP を Y_t ， t 期末の実質国債残高を B_t と表すことにする。また，実質経済成長率 g と実質利子率 r は時間を通じて一定と仮定する。横断性条件を課す前の政府の異時点間予算制約を表す (2.4) 式を GDP 比

で表現すると，

$$\frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^s \frac{B_{t+s-1}}{Y_{t+s-1}} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^i \left(\frac{T_{t+i-1} - G_{t+i-1}}{Y_{t+i-1}} \right) \quad (4.1)$$

のように書き直すことができる。このように変数を GDP 比で表した場合の横断性条件は，

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^s \frac{B_{t+s-1}}{Y_{t+s-1}} = 0 \quad (4.2)$$

のように与えられる。(4.2) 式を (4.1) 式に代入すれば，対 GDP 表示の政府の異時点間の予算制約式が得られる。

$$\frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^i \left(\frac{T_{t+i-1} - G_{t+i-1}}{Y_{t+i-1}} \right) \quad (4.3)$$

まず， $r > g$ の場合を考えよう。このとき， $1+r > 1+g$ から， $\lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^s$ は 0 となるので，政府債務 GDP 比 (B/Y) が一定値に収束す

18) 後述の理論モデルに登場する利子率や経済成長率は実質値を想定しているのに対して，図1の国債金利と GDP 成長率は名目値である。しかし，両者の大小関係を議論する際にはこの点は問題とならない。名目値を添え字 N を付して表すと，実質値は名目値から期待インフレ率 π を差し引くと得られるので， $r - g = (r_N - \pi) - (g_N - \pi) = r_N - g_N$ が成り立つ。 π が消えて実質値による差と名目値による差は等しくなる。

ば、(4.2) 式は満たされる。同じことであるが、次のように考えることもできる。 $\frac{1+g}{1+r} \approx 1+g-r$

と近似できるので、 $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^s$ の項は $r-g$ (>0)

のスピードで減少していく。そのため、政府債務 GDP 比の増加スピードが $r-g$ よりも小さければ、(4.2) 式は満たされる。 $r>g$ の場合、政府債務 GDP 比が一定値に収束するのであれば、政府債務 GDP 比の増加スピードは 0 となり、

(4.2) 式は満たされる。つまり、 $r>g$ の場合、政府債務 GDP 比が一定値に収束することは、横断性条件の十分条件となる。ただし、必要条件ではないことに注意が必要である。つまり、 $r>g$ のケースでは、政府債務 GDP 比が一定値に収束していなくても、横断性条件は満たされる可能性があり、政府債務 GDP 比を一定値に収束させることは横断性条件の成立に比べて強い条件である。

しかし、Bohn (1991), Bartolini and Cottarelli (1994) および Escolano (2010) が示しているように、プライマリーバランスの GDP 比に上限がある場合は、政府債務 GDP 比が一定の範囲を超えないことが横断性条件の必要条件になる。プライマリーバランスの GDP 比率を $(T_t - G_t)/Y_t \equiv pb_t$ と表し、その上限値を $\overline{pb}$ (>0) としよう。政府が常にプライマリーバランスの上限値によって運営されるならば、

(4.3) 式は

$$\left(\frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}}\right) = \frac{1+g}{r-g} = \overline{pb} \quad (4.4)$$

のように書ける。(4.4) 式の左辺の $\left(\frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}}\right)$ が、

プライマリーバランスの上限値に対応した政府債務 GDP 比の上限値となる。政府債務 GDP 比がこの水準を超えると、横断性条件は満たされなくなってしまう。従って、プライマリーバランスの GDP 比に上限があるのであれば、政

府債務 GDP 比が一定の範囲を超えないことが、横断性条件の必要条件になるのである。政府債務 GDP 比が単に一定になるだけではなく、その水準が一定値よりも低くなければならないことに注意しよう。逆に、政府債務 GDP 比に上限があれば、(4.2) 式が成立することから横断性条件が満たされる¹⁹⁾。従って、 $r>g$ かつプライマリーバランスの GDP 比に上限があれば、横断性条件と政府債務 GDP 比が一定値以下に収束することは同値となる。

次に、 $g>r$ の場合について考えよう。このとき、(4.2) 式から明らかなように、政府債務 GDP 比がゼロにならない限り横断性条件は満たされない。つまり、政府債務 GDP 比が一定に収束していてもなお、横断性条件は満たされない可能性がある。従って、政府債務 GDP 比が一定値に収束することは、横断性条件よりも弱い条件ということになる。

例えば、永続的に GDP 比で一定のプライマリーバランス赤字を出す政策 ($pb<0$) を考えてみよう。(2.1) 式を Y_t で除して GDP 比率で表示すると、

$$\frac{B_t}{Y_t} = \frac{1+r}{1+g} \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} - pb \quad (4.5)$$

となる。(4.5) 式の両辺から B_{t-1}/Y_{t-1} を引くと、

$$\Delta \frac{B_t}{Y_t} = \frac{r-g}{1+g} \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} - pb \quad (4.6)$$

となる。ここで、 $\Delta \frac{B_t}{Y_t} = \frac{B_t}{Y_t} - \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}}$ である。

$r>g$ で、 $pb<0$ であれば、(4.6) 式の右辺は必ず正になるので、政府債務 GDP 比は発散してしまうが、 $g>r$ の場合は、次のようなある有限の一定値 B/Y に必ず収束する。

$$\frac{B}{Y} = \frac{1+g}{r-g} pb \quad (4.7)$$

従って、 $g>r$ の下では、政府債務 GDP 比は必ず一定値に収束する。しかしながら、 $g>r$ の下では、政府債務の GDP 比率が一定値に収束

19) 厳密には、Escolano (2010) が述べているように、政府債務 GDP 比に上限だけでなく下限も存在することが必要となる。本論文では政府債務と GDP は常に正の値と想定しているので、この条件は暗黙に満たしている。

していたとしても，それがゼロでない限りは (4.2) 式の横断性条件は満たされない。つまり， $g > r$ のケースでは，政府債務 GDP 比が一定値に収束することは，横断性条件よりも弱い条件ということになる。

以上のように，横断性条件と政府債務 GDP 比の収束の間には密接な関係があり，その関係性は利子率 r と経済成長率 g の大小関係によって変わる。ここで，横断性条件の成立を TVC (Transversality Condition)，政府債務 GDP 比の収束を BYC (B/Y Convergence) と記述してまとめておこう。必要条件・十分条件の関係で表現すると，横断性条件と政府債務 GDP 比の収束の間の関係性は， r と g の大小関係で場合分けすることにより，

① $r > g$: BYC $\Rightarrow$ TVC

② $g > r$: TVC $\Rightarrow$ BYC

のようにまとめることができる。① $r > g$ のケースでは BYC は TVC の十分条件である。ただし，上述のように，プライマリーバランスの GDP 比に上限がある場合は，BYC は TVC の必要条件にもなるので，両者の関係性は必要十分条件となる。また，② $g > r$ のケースでは，TVC が BYC の十分条件である。ただし， $g > r$ のケースでは必ず BYC が成り立つことに注

意を要する。

同じことを図 2 のようにベン図で表すと，視覚的に理解できる。図 2 は，TVC を横断性条件が成立している状態の集合，BYC を政府債務 GDP 比が一定値に収束するような集合として，①と②の関係性を図示したものである。 $r > g$ のケースでは BYC が TVC の部分集合となっており，横断性条件より政府債務 GDP 比の収束の方が厳しい条件であることが分かる。 $g > r$ のケースでは BYC は全体集合となっており，政府債務 GDP 比の収束は常に成り立っていて，横断性条件の方がより厳しい条件となっている。

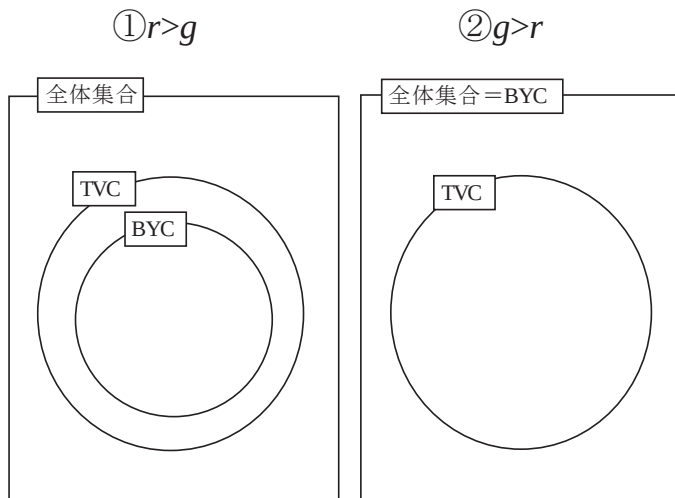
Ⅳ－２．動学的効率性とバブル

利子率 r と経済成長率 g の大小関係は，横断性条件と政府債務 GDP 比の収束に加えて，動学的最適化や動学的効率性という概念および（合理的）バブルの存在とも深く結びついている。このことを確認するために，最も単純な新古典派成長モデルを前提として議論を整理してみよう。動学的に最適な（通時的な効用を最大化した）状態では， f_K を資本の限界生産力として以下の式が満たされる。

$$f_K = \delta + \sigma(g - n) \quad (4.8)$$

ここで， δ は家計の時間選好を規定する主観

図 2 横断性条件 (TVC) と政府債務 GDP 比の収束 (BYC) の関係性



の割引率、 σ は相対的危険回避度（異時点間の代替の弾力性の逆数）、 n は人口成長率である。 δ や σ の値をどのように設定するのは難しい問題であるが、日本の時系列データを用いて推定を行った畑農・山田（2007）によると σ は1前後である。 $\sigma=1$ として（4.8）式を書き直すと、次式が得られる。

$$f_K = g + \delta - n \quad (4.9)$$

競争市場においては利子率が f_K の水準に決まるから（ $f_K=r$ ）、利子率と経済成長率 g の大小関係は $\delta - n$ の値に依っている。再び畑農・山田（2007）の推定値によると、 δ は0から大きくとも年率0.2%程度である。また、 n については、緩やかな人口減少が継続しており、ここ10年では0.1～0.2%程度のマイナス値となっている。つまり、 $\delta - n$ は若干のプラスであるが、その絶対値は小さいことを考えると r と g の差はわずかであり、 $r=g$ に近いと考えてよい。ただし、今後の日本の人口減少幅は徐々に大きくなると予想されており、国立社会保障・人口問題研究所の推計によると21世紀半ばで1%を超える人口減少率が予想される。そのような経済では利子率が経済成長率を1%以上も上回る状況が最適となる可能性もある。それでも、日本のような人口減少経済を例外として、緩やかな正の人口成長経済を一般的と考えれば、最適な状態は $r=g$ に限りなく近い。

$f_K=r$ として、最適な状態を $r=g$ と考えよう。経済が最適な状態から乖離すると何が起ころうか。 $r>g$ では資本不足となっており、（将来の消費を増やすために）貯蓄率を高めることが望ましい。貯蓄率を高めるためには現時点の消費を抑制する必要があるから、現在消費と将来消費の間にトレードオフが発生する。つまり、 $r>g$ の下では現在消費と将来消費を同時に増やすことはできず、パレート改善の余地はないから、パレート効率性が満たされている。この

ことを指して、 $r>g$ の状態を動学的効率性が満たされている（動学的に効率である）と言う。逆に、 $g>r$ の下では資本が過剰となっており、貯蓄率を低下させることが望ましい。貯蓄率を下げるということは、現時点の消費を増やせるということである。つまり、 $g>r$ では現在消費と将来消費を同時に増やすことが可能であり、パレート改善の余地がある（パレート効率でない）。従って、 $g>r$ の状態を動学的に非効率であると言う²⁰⁾。

よく知られているように、世代重複モデルにおいては資本市場の働きが不完全となり、資本の過剰蓄積が生じることで、定常状態において $g>r$ の状況が現れる。すなわち、世代重複モデルにおいては、動学的に非効率な状況が実現しうる。こうした状況下において、永続的な国債借り換えが可能であることを示したのがIhori（1978）である。そして、櫻川（2021）によれば、Ihori（1978）の「借換債をバブルと読み替えた」のがTirole（1985）の合理的バブルである²¹⁾。動学的に非効率な状況ではバブルが生じるのである。ここで重要なことは、合理的なバブル資産の収益率は（利子率より高い）経済成長率となり、人々は実物資本よりもバブル資産を購入しようとするために、資本のクラウドディングアウトが生じる結果、資本の限界生産性が上昇し、定常状態においては動学的に非効率な状況が解消されるという点である。よって、 $g>r$ の下では、国債（政府債務）の永続的な借り換えは合理的なバブルとして機能し、それが可能であるだけでなく、むしろ望ましい結果をもたらす可能性がある。

Tirole（1985）や櫻川（2021）が示しているように、バブルが存在する場合の定常状態においては、バブルの規模はGDPの一定割合となる。すなわち、国債（政府債務）を合理的バブルの所産と考えると、政府債務GDP比が一定とな

20) ここでは「最適」と「効率」を別の意味で用いていることに注意されたい。「効率」はパレート効率であることを意味しており、「最適」は効用最大化を達成した状態である。よく知られているように、パレート効率な（無駄のない）状態はいくつも考えられ、効率な状態の中に最適な状態が含まれる。

21) 櫻川（2021）第3章（74ページ）。

る。第 IV 節 1 項で述べたように、 $g > r$ の下では（ $g = r$ でも同様）、政府債務 GDP 比が 0 よりも大きな値で一定になることは、横断性条件を満たさない。なぜ世代重複モデルにおいては、 $g \geq r$ の下で正の政府債務 GDP 比が可能となるのであろうか。この理由は、(2.6) 式で与えられるような横断性条件は無限期間生きる代表的個人の最適化条件であって、経済に無数の家計が新たに参入してくる世代重複モデルにおいては、(2.6) 式が満たされることは必ずしも各個人の最適化に必要なわけではないからである。分かりやすい例として、世代重複モデルを一般化して扱いやすくした Blanchard (1985) の perpetual youth モデルを考えてみよう。perpetual youth モデルにおいては家計の割引率は r ではなく、死亡率 θ を足した $r + \theta$ であるため、政府債務が r よりも大きいスピードで増加していても、そのスピードが $r + \theta$ より小さければ、家計にとっての割引現在価値はゼロに収束する。つまり、(2.6) 式ないしは (4.2) 式の横断性条件が満たされる必要はないのである。

また、無限期間生きる家計を想定しても、資本（金融）市場に何らかの不完全性があれば、世代重複モデルと同様に $g > r$ となり、バブルが生じる状況が起こりうる。例えば、Aiyagari (1994) に代表されるような、人々が将来の所得に関する個別リスク (idiosyncratic risk) に直面している経済においては、予備的貯蓄によって資本の過剰蓄積が生じ、バブルが生じうる。Kocherlakota (1992) は、資本が存在しない経済においてバブルが存在するための条件を議論した結果、個人が資産の借入れ制約に直面し、かつ経済成長率が金利よりも高い場合はバブルが生じることを示している²²⁾。さらに、Brunnermeier et al. (2020) は、FTPL の環境にバブルを導入した経済を分析している。

(3.16) 式を無限期先に向かって解くと、

$$\frac{A_{t-1}}{P_t} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{sp_{t+i}}{(1+r)^i} + \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^{i+1}} a_{t+i} \quad (4.10)$$

となり、ここに代表的個人の横断性条件

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^{i+1}} a_{t+i} = 0 \quad (4.11)$$

を課すと、FTPL の基本式である (3.18) 式が得られた。しかし、先に述べたように、バブルが生じる状況下では、このような代表的個人の横断性条件が満たされることは必ずしも必要ではない。よって、(4.10) 式の右辺の第 2 項はゼロになるとは限らず、 $\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{(1+r)^{i+1}} a_{t+i}$ の分だけバブルが生じうることになる。すると、FTPL の環境下においては、(4.10) 式は物価を決める式ではなく、バブルの大きさを決定する式になると Brunnermeier et al. (2020) は述べている。このとき、政府が債務の成長率を一定、ないしは Bassetto and Cui (2018) のような税額を一定に保つようなルールに従っている場合、物価は非決定となってしまう。そこで、政府が政府債務の水準に依存して政府債務の成長率を変えるような状態依存の財政ルールを採用することで、一意的な物価を得ることができることを Brunnermeier et al. (2020) は示している。

最後に、 $f_K = r$ が成立しない可能性を考えてみよう。ここまでは $f_K = r$ が成り立つことを前提としていたため、バブルは動学的に非効率な経済でのみ発生していた。しかしながら、櫻川 (2021) も述べているように、経済に不確実性や不完全性がある場合は、 $f_K = r$ が成り立つとは限らない。例えば、Blanchard (2019)、Barro (2020)、Ball and Mankiw (2021)、Kocherlakota (2021)、Reis (2021) など、資本の収益率が、

$$f_K \geq g > r \quad (4.12)$$

のように経済成長率以上となっており動学的効率性が保証される一方で、国債利子率 r は経済成長率を下回る状況下における政府債務の持続

22) Kocherlakota (1992) は、資産の借入れ制約が存在する場合の個々人の横断性条件についても導出している。

可能性についての議論を行っている。このような場合でも $g > r$ であるときバブルは生じうるため、永続的な国債借り換えもまた可能となる。

まとめると、 $g > r$ の場合は、バブルが生じることにより、(4.2) 式で与えられる代表的個人の横断性条件が満たされなくても、政府債務 GDP 比が一定値に収束すれば財政が持続可能であるケースが出てくる。Kocherlakota (1992) や Hirano and Yanagawa (2017) が示しているように、そのような経済においてもあくまで個々人の横断性条件は満たされていることに留意すべきである。そのため、 $g > r$ の場合は、政府債務 GDP 比の収束値の方が財政の持続可能性を見る指標としては適切かもしれない。Bartolini and Cottarelli (1994) は、 $g > r$ の場合に、よりマイルドな指標として政府債務 GDP 比がある一定値以下に収束することを財政の持続可能性の指標として提案している。

ただし、 $g > r$ の環境下において、政府債務 GDP 比の収束により財政の持続可能性を評価することについては、Blanchard et al.(2021) および Blanchard (2021) が2つの点で問題があることを指摘している。1つめは、政府債務の増大が実物資本のクラウディングアウトを引き起こした結果、どこかの時点で再び $r > g$ になってしまう可能性である。そうなれば環境は一転し、政府債務 GDP 比を収束させるためにはプライマリーバランスの黒字を出すことが必要となってしまう。そして、第Ⅳ節1項で見たように、その時の政府債務 GDP 比がプライマリーバランス黒字の上限値をもってしても賄い切れない水準であれば、財政は持続不可能となる。2つめに、これまでの議論では r と g は時間を通じて一定で不確実性が存在しないものとしていたが、実際には r と g の大小関係は不確実だということである。図1でも示したように、日本においても経済成長率と利子率の大小関係は時代によってまちまちであり、今後もずっと $g > r$ となる保証はない。よって、実際の財政の持続可能性の判断には、こうした r と g の大小関係が変動するという不確実性を考慮する必

要がある。

Ⅳ－3. 確率的債務持続可能性分析 (SDSA)

Blanchard et al.(2021) および Blanchard (2021) は、利子率と経済成長率の差に不確実性がある場合の財政の持続可能性を検証するツールとして、確率的債務持続可能性分析 (Stochastic Debt Sustainability Analysis : SDSA) と呼ばれる手法を提案している。SDSA モデルは、利子率と経済成長率の差に不確実性が存在するもとで、将来的な政府債務 GDP 比の分布を求めるもので、Ball, Elmendorf and Mankiw (1998) や 小黒 (2009) で示された「The Deficit Gamble」とほぼ同様の分析を行うものである。

ここでは、Blanchard (2021) で示されたシンプルな SDSA によって、日本の財政の持続可能性について検証してみることにした。まず、利子率と経済成長率の差 $r_t - g_t$ は、次のようなランダムウォーク過程に従う変数 x_t と、ホワイトノイズ項 u_t の和で決まるものとする。式で表すと、

$$(r_t - g_t) = x_t + u_t \quad (4.13)$$

$$x_t = x_{t-1} + e_{xt} \quad (4.14)$$

$$u_t = a_u + e_{ut} \quad (4.15)$$

$$e_{xt} \sim N(0, s_x) \quad i.i.d.$$

$$e_{ut} \sim N(0, s_u) \quad i.i.d.$$

のように書ける。 e_{xt} は長期的な $r - g$ の変動要因、 e_{ut} は短期的な変動要因を表すものであり、ともに正規分布に従う確率変数とする。なお、i.i.d.(independent and identically distributed) は独立で同一の分布に従う確率変数であることを示す。このように $r - g$ の短期的なショックと長期的なショックを峻別している点が、Ball, Elmendorf and Mankiw (1998) や 小黒 (2009) との第1の違いである。また、 a_u は0時点においてショックが実現する前の $r - g$ の値となるが、ここでは $a_u = 0$ と仮定する。

(4.13)～(4.15) 式は、(4.13)・(4.15) 式を観測方程式、(4.14) 式を状態方程式とした状態空間モデルになっており、カルマンフィルターによってパラメーターを推定できる。本論文で

は $a_u = 0$ と仮定しているため，(4.13) ～ (4.15) 式は，最も単純な状態空間モデルのローカルレベルモデルと一致し，モデルのパラメーターは s_x と s_u との2つのみとなる。Kim and Nelson (1999) や森平 (2019) にあるように，カルマンフィルターによるパラメーターの推定には，①パラメーターの真の値は固定されているという頻度主義的な観点から最尤法によって推定する方法と，②パラメーターも状態変数と同様に確率変数として捉えるベイズ主義に基づく推定法の2つがあるが，本論文では前者の頻度主義に基づく最尤法によって推定を行う。

この方法では，まずパラメーターの初期値と，状態変数の初期値の(0時点の情報集合における)期待値と分散を与えた上で，カルマンフィルターを実行して対数尤度を計算し，対数尤度の値を最大化するパラメーターの値を求めていく。本論文では，状態変数の初期値の期待値は0とし，分散の初期値については，状態変数が非定常の場合はできるだけ大きな値を設定することが望ましいとされていることから²³⁾，分析に用いたR言語のカルマンフィルターを計算するための代表的なパッケージの1つであるdlmパッケージのデフォルトの値 10^7 をそのまま採用した。また，パラメーターの初期値は $s_x = s_u = 1$ とした²⁴⁾。対数尤度を最大化するためのパラメーターの探索には，準ニュートン法的一种であるBFGS法(Broyden Fletcher Goldfarb Shanno algorithm)を用いた。

以上の設定のもとで，1975年～2019年までの利子率と経済成長率の差の年次データを用い

て，カルマンフィルターによるパラメーターの最尤推定を行った結果が表1である。なお，金利のデータは1985年までは国債9年物金利，1986年以降は国債10年物金利を用いており，経済成長率は68SNAと2008SNAの名目GDPの系列を簡易的に接続することで算出した²⁵⁾。

表1のパラメーターを利用して得られる $r-g$ の確率の変動は，国債GDP比の動きに影響を及ぼす。第Ⅱ節で紹介した政府の予算制約に従って国債の遷移を考えてみると，(2.1)式をGDP比率で表した

$$d_t = \frac{1+r_t}{1+g_t} d_{t-1} - pb_t \quad (4.16)$$

という式が得られる。ここで， $d_t \equiv \frac{B_t}{Y_t}$ ，

$pb_t \equiv \frac{T_t - G_t}{Y_t}$ ， $1+g_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$ である。この式は，

第Ⅳ節1項で議論した(4.5)式において，利子率と経済成長率が変動することを許したものとみなすこともできる。 $r-g$ の確率の変動が与えられると，あとはプライマリーバランス pb を与えれば d の変動を計算することができる。

そこで，プライマリーバランス pb がどのように決まるのかを考えよう。Ball, Elmendorf and Mankiw (1998) 及び小黑 (2009) では，プライマリー黒字は確定的な変数として扱っているが，SDSAモデルではプライマリー黒字も不確実性を持つものとして考える。Blanchard (2021) は，次のような国債のGDP比率と $r-g$ の積に対応したプライマリーバランスの調整ルールを

表1 カルマンフィルターによるパラメーターの最尤推定値

s_x	s_u
1.4907	0.7931

23) 散漫初期化と呼ばれる。Kim and Nelson (1999)，森平 (2019) を参照。なお，厳密な散漫初期化は分散の初期値を無限大に置くものだが，近似的な方法として $10^2 \sim 10^7$ までの値を用いることが多い。

24) なお，パラメーターの初期値や，状態変数の期待値と分散の初期値を変えても本論文の推定結果はほとんど変わらなかった。

25) 具体的には，68SNAと2008SNAが重複する期間(1994年～1998年)におけるデータの値の比率の平均値をリンク係数とし，それを68SNAの1993年以前のデータにかけることで接続した。

提案している。

$$pb_t = a_s + c[(r_t - g_t)d_{t-1}] + e_{st} \quad (4.17)$$

$$e_{st} \sim N(0, s_s) \quad i.i.d.$$

(4.17) 式は、いわゆる Bohn (1998) で示されたプライマリーバランスの調整ルールと似ているが、国債の GDP 比率に $r-g$ がかかっている部分が異なる。 $r-g$ がかかることで、利子率と経済成長率の差に条件付けした財政ルールを表現することができる。例えば、経済成長率が利子率よりも高い場合 ($r-g < 0$) には財政の持続可能性に問題が生じにくいいためプライマリー赤字を出し、利子率が経済成長率よりも高い場合 ($r-g > 0$) は財政の持続可能性に問題が生じやすくなるためにプライマリー黒字を出すわけである。Blanchard (2021) は、ベンチマークのシミュレーションでは $c=0$ とし、 c の値を変化させると財政の持続可能性がどの程度改善するかを比較した。

(4.13)～(4.17) 式で与えられた SDSA モデルに基づいて、日本の将来の国債の GDP 比率の分布の推計を行う。ただし、ここでは、中央銀行を捨象した国債のみの財政の持続可能性について考えることにする。Blanchard (2021) と同じく、シミュレーションの期間は 10 年とし、2020 年から 2030 年までの間のシミュレーションを行う。シミュレーションに用いるパラメーターの値は表 2 にまとめられている。 s_x と s_u は表 1 で示したカルマンフィルターによる推定値である。 $c=0$ のベンチマークケースの場合、 a_s はプライマリー黒字 GDP 比の平均値、 s_s はプライマリー黒字 GDP 比の標準偏差となる。そこで、1975 年から 2019 年までの期間の年次データにおけるプライマリー黒字 GDP 比の平均値

と標準偏差を算出して用いた。なお、プライマリー黒字の系列の作成にあたっては、国民経済計算の「一般政府の資金過不足」から「財産所得」の支払と受取をそれぞれ足し引きした。国債の初期値には 2020 年度における普通国債残高の対 GDP 比を用いて $d_0=176.6$ (%) と設定する。また、状態変数 x の初期値は、先のカルマンフィルターで推定された 2019 年の x のフィルタリング値である -0.62 を用いる²⁶⁾。

以上のセットアップから、モンテカルロ法によりショックの乱数を発生させ、2020 年から 2030 年までのシミュレーションを 100,000 回行う。ベンチマークケースである $c=0$ とした場合の 2030 年における国債 GDP 比の分布を示したものが図 3 である。 $c=0$ の場合、2030 年において国債 GDP 比が 200% を超える確率は 44.4%、250% を超える確率が 17.35%、300% を超える確率が 5.4% となった。なお、分布が左右非対称になっている理由は以下のように考えられる。(4.16) 式の国債 GDP 比の推移式は、金利と成長率の差が確率的であるため、時変係数の AR (1) モデルになっている。Canova (1993) は、このような時変係数の AR ないしは VAR モデルにおいては、従属変数の 1 期先以降の（無条件）分布が正規分布にならず、非対称になりうることを示している。ここでもその効果が現れているものと思われるが、詳細な検討は今後の課題としたい。

SDSA においては、国債 GDP 比について何らかの閾値を設定し、その値を超える確率が低い（例えば 5% 以下）ならば財政は持続可能と判断し、そうでないならば何かしらの財政の調整策が必要であるとみなす。ただし、どのよう

表 2 シミュレーションに用いるパラメーター

a_s	s_x	s_u	s_s
-2.7498	1.4907	0.7931	3.2580

26) 本論文における SDSA モデルはローカルレベルモデルなので、2019 年のフィルタリング値と、2019 年における 2020 年の状態変数の 1 期先予測値は等しくなる。

な値を閾値とするかの判断は難しいため，本論文は閾値の厳密な設定に関しては踏み込まない。ここで重要なことは，現状の $g > r$ の状況を出発点としても， $r - g$ に不確実性があるならば，2030 年における国債 GDP 比が非常に大きな値をとりうることである。

次に， $c = 0.2$ ，さらに $c = 0.5$ として同様のシミュレーションを行った結果，2030 年に国債 GDP 比が 200%，250%，300% を超える確率はそれぞれ表 3 のようになった。Blanchard (2021) が示しているように， c の増加は将来の国債残高の分布の分散を小さくするため，250% や 300% といった極端な増加を防ぐことができる。従って，日本のデータを前提として

も，(4.17) 式で与えられたような金利と成長率の差に条件付けした財政ルールは財政の持続可能性を担保する上で有効であると言える。ただし，本論文における SDSA モデルは，財政支出を増やすことによる総需要の刺激効果などは捨象しているため，そうした内生的な r や g の変動を考慮した分析を行うためにはマクロ経済をモデル化する必要がある。

実証分析の蓄積が待たれるところであるが， $g > r$ を考慮した実証的な研究はまだそれほど多くない。Mehrotra and Sergeyev (2020) は $g > r$ を標準としたモデルをベースにカリブレーション分析を試み，アメリカの政府債務残高の対 GDP 比の限界は 150～220% であるとの

図 3 2030 年における国債 GDP 比の出現確率分布

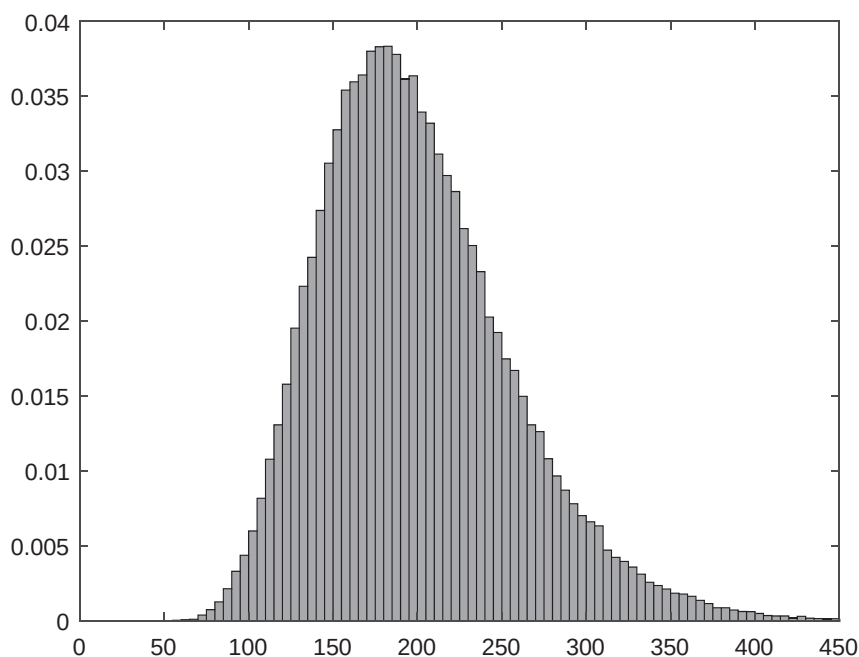


表 3 財政ルールの違いによる実現確率

	$c = 0$	$c = 0.2$	$c = 0.5$
200%以上	44.4%	45.2%	47.2%
250%以上	17.3%	13.2%	5.4%
300%以上	5.4%	2.5%	0.1%

結果を得ている。また、Lian, Presbitero and Wiriadinata（2020）は先進国と新興国のデータを用いて実証分析を行い、政府債務が多いと $r-g$ に上昇圧力がかかることを指摘している。

こうした財政支出の変更に伴う利子率や成長率の内生的な変化を伴うモデルに基づいた実証分析については今後の課題としたい。

V. まとめと課題

本論文では、最近までの先行研究を俯瞰しながら財政の持続可能性に関する議論をまとめた。まず第Ⅰ節では、財政の持続可能性の基本的な考え方、国家の破綻や政府のデフォルトについての理論的整理と実証研究の紹介を行った。第Ⅱ節では、財政の持続可能性を表す最も代表的な定式化として、実質表記での横断性条件を示し、横断性条件が満たされる下での異時点間の予算制約式を導出した。第Ⅲ節では議論を名目表記に拡張し、貨幣と中央銀行を明示的に導入した。この場合に鍵となるのは物価変数であり、持続可能性のために物価の調整が行われるモデルとして FTPL の概説を行った。

第Ⅲ節までの議論は大学院レベルの教科書的な議論の域を超えないが、本論文の新しい貢献は第Ⅳ節にある。第Ⅳ節では、財政の持続可能性の異なる定義として、政府債務 GDP 比の収束について議論した。この指標は一般によく使われるものの、学術的な持続可能性の条件である横断性条件との関係については必ずしもコンセンサスがあるわけではない。とりわけ、経済成長率が国債利子率を上回る状況（ $g>r$ ）において、横断性条件と政府債務 GDP 比の収束条件の関係を整理した点は本論文の重要な貢献と言ってよいだろう。

第Ⅳ節 1 項での整理によると、横断性条件と政府債務 GDP 比の収束の間には密接な関係があるのだが、その関係性は利子率 r と経済成長率 g の大小関係、すなわちドーマー条件によって変わる。伝統的な $r>g$ のケースでは、一般的に政府債務 GDP 比の収束は横断性条件の十

分条件である。つまり、このケースでは政府債務 GDP 比が収束していれば横断性条件は満たされるが、政府債務 GDP 比が収束しなくても横断性条件が満たされる可能性もある。 $r>g$ のケースでは政府債務 GDP 比の収束が相対的により強い条件なのである。 $g>r$ のケースでは、逆に横断性条件が政府債務 GDP 比の収束の十分条件である。つまり、このケースでは横断性条件が満たされていれば政府債務 GDP 比は収束する。それどころか、政府債務 GDP 比は必ず一定値に収束する。 $g>r$ のケースでは横断性条件が相対的により強い条件ということになる。

第Ⅳ節 2 項では、動学的最適化および動学的効率性という視点から利子率と経済成長率の大小関係を考え、財政の持続可能性について議論した。ここでの重要な議論は、 $g>r$ のケースで発生するバブルと財政の持続可能性の関係である。世代重複モデルにおいては $g>r$ が実現する可能性があり、このような状況では Ihori（1978）が示したように永続的な国債借り換えが可能となり、財政に合理的バブルが生じるのである。そのような状況では代表的個人の横断性条件は満たされないが、個々人の横断性条件は満たされている点に注意が必要である。この点を意識すれば、 $g>r$ の場合は、財政の持続可能性の指標として政府債務 GDP 比がある一定値以下に収束することを検証すべきである。

ただし、Blanchard et al.（2021）および Blanchard（2021）が指摘するように、 $g>r$ の下で政府債務 GDP 比の収束により持続可能性

を評価することには問題もある。 r と g の大小関係が不確実だということである。つまり、実際の財政の持続可能性の判断には、このように r と g の大小関係が変動するという不確実性を考慮する必要がある。 $g > r$ の可能性と $r - g$ の不確実性を考慮した実証研究はまだ十分に行われていないが、第Ⅳ節3項では、Blanchard et al.(2021) や Blanchard (2021) に基づいて

確率的債務持続可能性分析 (SDSA) を試行した。そこでの結論は、 $r - g$ に不確実性があるとき、日本の国債 GDP 比が非常に大きな値をとりうるというものであった。もちろん結果はさまざまなパラメーター設定の影響を受けるため、頑健性の検証を含めた実証研究の蓄積が待たれるところである。

参 考 文 献

- 小黒一正 (2009) 「ギャンブルとしての財政赤字に関する一考察—“不確実性”のある成長率と長期金利の関係を中心に—」『日本経済研究』60号, pp. 19-35.
- 上東貴志 (2004) 「横断性条件の必要性和十分性」, 西村和雄・福田慎一編『非線形均衡動学: 不決定性と複雑性』(東京大学出版) 第4章, pp. 89-118. (「横断性条件の必要性和十分性」神戸大学経営研究所 DP-J45, 2002年.)
- 神谷傳造 (2000) 「動的計画における横断条件について」『三田学会雑誌』93巻2号, pp. 451 (163)-463 (175).
- 河越正明・広瀬哲樹 (2003) 「FTPL (Fiscal Theory of Price Level) をめぐる論点について」ESRI Discussion Paper Series, No. 35.
- 小寺剛・出水友貴 (2017) 「日本経済を考える (72) 物価水準の財政理論と政策に関する諸議論」『ファイナンス』, 53(9), pp. 42-48.
- 櫻川昌哉 (2021) 『バブルの経済理論 低金利, 長期停滞, 金融劣化』日本経済新聞出版.
- 塩路悦朗 (2018) 「物価水準の財政理論と非伝統的財政・金融政策: 概観」PRI Discussion Paper Series, No. 18A-07.
- 富田俊基 (2006) 『国債の歴史—金利に凝縮された過去と未来』東洋経済新報社.
- 畑農鋭矢・林正義・吉田浩 (2015) 『財政学をつかむ 新版』有斐閣.
- 畑農鋭矢・山田昌弘 (2007) 「家計の行動と公共政策の効果—構造パラメータの検証と推定—」, 橋本俊詔編『政府の大きさと社会保障制度 国民の受益・負担からみた分析と提言』(東京大学出版会) 第7章, pp. 203-222.
- 宮尾龍蔵 (2017) 「財政・金融政策運営をセットで分析する意義—「シムズ提案」から学ぶべきこと—」NIRA オピニオンペーパー, No. 30.
- 森平爽一郎 (2019) 『経済・ファイナンスのためのカルマンフィルター入門』朝倉書店.
- 渡辺努・岩村充 (2004) 『新しい物価理論—物価水準の財政理論と金融政策の役割』岩波書店.
- Aiyagari, R. (1994), “Uninsured Idiosyncratic Risk and Aggregate Saving”, *Quarterly Journal of Economics*, 109(3), pp. 659-684.
- Amann, J. and P. Middleditch (2020), “Revisiting Reinhart and Rogoff after the crisis: a time series perspective”, *Cambridge Journal of Economics*, 44(2), pp. 343-370.
- Ball, L., D.W. Elmendorf and N.G. Mankiw (1998), “The Deficit Gamble”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 30(4), pp. 699 - 720.
- Ball, L.M. and N.G. Mankiw (2021), “Market Power in Neoclassical Growth Models”, NBER Working Paper 28538. <https://www.nber.org/papers/w28538>
- Barro, R.J. (2020), “R Minus G”, NBER Working Paper 28002. <https://www.nber.org/papers/w28002>

- Bartolini, L. and C. Cottarelli (1994), "Government Ponzi Games and the sustainability of Public Deficits under Uncertainty", *Ricerche Economiche*, 48, pp. 1-22.
- Benigno, P. and S. Nisticò (2020), "Non-Neutrality of Open-Market Operations", *American Economic Journal: Macroeconomics*, 12(3), pp. 175-226.
- Bitar, N., A. Chakrabarti and H. Zeaiter (2018), "Were Reinhart and Rogoff right?" *International Review of Economics & Finance*, 58(C), pp. 614-620.
- Blanchard, O.J. (1985), "Debt, Deficits, and Finite Horizons", *Journal of Political Economy*, 93(2), pp. 223-247.
- Blanchard, O.J. (2019), "Public Debt and Low Interest Rates", NBER Working Paper 25621. <https://www.nber.org/papers/w25621>
- Blanchard, O.J. (2021), Fiscal Policy Under Low Interest Rates, mimeo.
- Blanchard, O.J., J-C Chouraqui, R. Hagemann, and N. Sartor (1991), "The Sustainability of Fiscal Policy: New Answers to an Old Question", *OECD Economic Studies*, 15, pp. 7-35.
- Blanchard, O.J., Leandro, Á., and Zettelmeyer, J. (2021), "Redesigning EU Fiscal Rules: From Rules to Standards", Peterson Institute for International Economics, Working Paper 21-1.
- Buiter, H. (2007), "Seigniorage", economics discussion papers: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal, 2007-10.
- Bohn, H. (1991), "The Sustainability of Budget Deficits with Lump-Sum and with Income-Based Taxation", *Journal of Money, Credit and Banking*, 23(3), pp. 580-604.
- Brunnermeier, M.K., S.A. Merkel, and Y. Sannikov (2020), "The Fiscal Theory of Price Level with a Bubble", NBER Working Paper 27116.
- Canova, F. (1993), "Modelling and Forecasting Exchange Rates with a Bayesian Time-Varying Coefficient Model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 17, pp. 233-261.
- Canzoneri, M., R. Cumby, and B. Diba (2010), "The Interaction Between Monetary and Fiscal Policy", in B. Friedman and M. Woodford, eds., *Handbook of Macroeconomics*, Volume 3, Chapter 17, pp. 935-999.
- Chiodo, A.J. and M.T. Owyang (2002), "A Case Study of a Currency Crisis: The Russian Default of 1998", *Review, Federal Reserve Bank of St. Louis*, vol. 84 (Nov), pp. 7-18.
- Cochrane, J. (1998), "A Frictionless View of U.S. Inflation", NBER Working Paper, 6646.
- Cochrane, J. (2001), "Long Term Debt and Optimal Policy in the Fiscal Theory of the Price Level", *Econometrica*, 69(1), pp. 69-116.
- Cochrane, J. (2005), "Money as stock", *Journal of Monetary Economics*, 52(3), pp. 501-528.
- Cochrane, J. (2021), The Fiscal Theory of the Price Level, mimeo.
- Domar, E.D. (1944), "The "Burden of the Debt" and the National Income", *American Economic Review* 34, pp. 798-827.
- Escolano, J. (2010), "A Practical Guide to Public Debt Dynamics, Fiscal Sustainability, and Cyclical Adjustment of Budgetary Aggregates", *IMF Technical Notes and Manuals*, volume 2010.
- Herndon, T., M. Ash and R. Pollin (2014), "Does high public debt consistently stifle economic growth? A critique of Reinhart and Rogoff", *Cambridge Journal of Economics*, 38(2), pp. 257 - 279. (PERI-WP 322 University of Massachusetts Amherst, 2013).
- Hirano, T., and N. Yanagawa (2017), "Asset Bubbles, Endogenous Growth, and Financial Frictions", *Review of Economic Studies*, 84

- (1), pp. 406-443.
- Ihori, Toshihiro (1978), "The Golden Rule and the Role of Government in a Life Cycle Growth Model", *American Economic Review*, 68(3), pp. 389-396.
- Kamihigashi, T. (2001), "Necessity of Transversality Conditions for Infinite Horizon Problems", *Econometrica*, 69(4), pp. 995-1012.
- Kamihigashi, T. (2002), "A Simple Proof of the Necessity of the Transversality Condition", *Economic Theory*, 20, pp. 427-433.
- Kamihigashi, T. (2003), "Necessity of Transversality Conditions for Stochastic Problems", *Journal of Economic Theory*, 109 (1), pp. 140-149.
- Kim, C. and C.R. Nelson (1999), *State Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, MIT press.
- Kocherlakota, N.R. (1992), "Bubbles and Constraints on Debt Accumulation", *Journal of Economic Theory*, 57(1), pp. 245-256.
- Kocherlakota, N.R. (2021), "Public Debt Bubbles in Heterogeneous Agent Models with Tail Risk", NBER Working Paper 29138. <https://www.nber.org/papers/w29138>
- Lerner, A. (1943), "Functional Finance and the Federal Debt", *Social Research*, 10(1), pp. 38-51.
- Leeper, E. (1991), "Equilibria Under 'Active' and 'Passive' Monetary and Fiscal Policies", *Journal of Monetary Economics*, 27 (1), pp. 129-147.
- Leeper, E. and C. Leith (2016), "Understanding Inflation as a Joint Monetary-Fiscal Phenomenon", in J. Taylor and H. Uhlig, ed., *Handbook of Monetary Economics*, volume 2, Chapter 30, pp. 2305-2415.
- Lian, W., A.F. Presbitero and U. Wiriadinata (2020), "Public Debt and $r-g$ at Risk", IMF Working Paper No. 20/137. <https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2020/07/24/Public-Debt-and-r-g-at-Risk-49586>
- Mehrotra, N. and Sergeyev, D. (2020), "Debt Sustainability in a Low Interest Rate World", CEPR Discussion Papers 15282. https://cepr.org/active/publications/discussion_papers/dp.php?dpno=15282#
- Reinhart, C.M. and K.S. Rogoff (2009), *This Time Is Different: Eight Centuries of Financial Folly*, Princeton Univ Press. (ライオンハート, カーマン・M/ケネス・S・ロゴフ (2011)『国家は破綻する—金融危機の800年』日経BP.)
- Reinhart, C. and Rogoff, K. (2010), "Growth in a Time of Debt", *American Economic Review Paper and Proceedings*, 100(2), pp. 573-578.
- Reinhart C.M., V.R. Reinhart and K.S. Rogoff (2012), "Public Debt Overhangs: Advanced-Economy Episodes Since 1800", *Journal of Economic Perspectives*, 26(3), pp. 69-86.
- Reis, R. (2015), "Comment on: "When Does a Central Bank's Balance Sheet Require Fiscal Support?" by M. Del Negro and C. Sims", *Journal of Monetary Economics*, 73, pp. 20-25.
- Reis, R. (2021), "The constraint on public debt when $r < g$ but $g < m$ ", BIS Working Papers No 939. <https://www.bis.org/publ/work939.htm>
- Sims, C. (1994), "A Simple Model for Study of the Price Level and the Interaction of Monetary and Fiscal policy", *Economic Theory*, 4(3), pp. 381-399.
- Tirole, J. (1985), "Asset Bubbles and Overlapping Generations", *Econometrica*, 53 (6), pp. 1499-1528.
- Walsh, C. (2017), *Monetary Theory and Policy* (fourth edition), MIT Press.
- Woodford, M. (1994), "Monetary Policy and Price Level Determinacy in a Cash-in-Advance Economy", *Economic Theory*, 4(3),

pp. 345-380.

Woodford, M. (1995), “Price Level Determinacy without Control of a Monetary Aggregate”, *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, 43, pp. 1-46.

Woodford, M. (1996), “Control of the Public Debt: A Requirement for Price Stability?” NBER Working Paper, 5684.

Woodford, M. (1998), “Public Debt and the Price Level”, Mimeo.