

人口高齢化が財政政策の有効性に与える影響

—パネル VAR モデルによる分析—*1

森田 裕史*2

二羽 秀和*3

要 約

本稿では、人口高齢化によって財政政策のマクロ経済効果がどのように変化するのかを日本の都道府県パネルデータを用いて検証する。高齢化率を基準として都道府県から2つのグループを取り出し、グループごとにパネル VAR (ベクトル自己回帰) モデルを推計する。VAR モデルに課す符号制約を動学的一般均衡モデルのインパルス応答関数に基づいて設定した上で、政府支出ショックを識別し、そのマクロ経済への影響を分析する。この理論モデルの特徴は、高齢化による人口構成の変化を捉えるために、退職者の存在を考慮した点である。推計結果から、人口高齢化により政府支出の有効性が低下することが示された。さらに、雇用者報酬の反応の仕方も高齢化率に依存して変化することが分かった。ここから、政府支出のマクロ経済効果の低下に、高齢化が労働市場に及ぼした影響が関わっている可能性が示唆される。

キーワード：人口高齢化，財政乗数，動学的一般均衡モデル，パネル VAR モデル

JEL Classification：C32, C33, E62

I. はじめに

本稿の目的は、日本における財政政策の景気刺激効果が人口高齢化の進行に伴ってどのように変化するかを検証することである。高齢化が急速に進行している我が国においては、そのマクロ経済や経済政策への含意に対して強い関心が示されてきた。特に財政政策との関連にお

いては、その多くが長期的な持続可能性への影響に焦点を当てるものであった¹⁾。実際、高齢化の進行による社会保障費の増大は今後も日本財政を圧迫する大きな要因となることが予想される。しかしながら、このような財政状況下にあっても、財政政策が景気安定化において果た

* 1 本稿の執筆にあたり、財務総合政策研究所における論文検討会議の出席者、特に吉野直行先生から数多くの有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝の意を申し上げます。また、本稿に残る誤りは全て筆者らに帰するものである。

* 2 法政大学経済学部准教授

* 3 一橋大学大学院経済学研究科博士後期課程

1) 代表的な文献としては、Braun and Joins (2015) や Hansen and Imrohoroglu (2016) を参照。

す役割は依然として無視できない。したがって、高齢化が財政政策の有効性へ与える影響を検証する意義は、その進行に伴ってより高まっていると言える。

この目的を達成するために、本稿では日本の都道府県の年次データを用いたパネルVAR（ベクトル自己帰帰）分析を行う。具体的には、高齢化率を基準として、都道府県から高齢化率の高いグループと低いグループの2つを取り出し、各グループにおける財政乗数を推計している。データの制約上、推計には年次データを使用せざるをえなかった。よって本稿では、Blanchard and Perotti (2002) が提案した手法を用いて構造ショックを識別することができない²⁾。年次データの使用によって生じる問題を解決するために、本稿では符号制約を課してVARモデルを推計する。どのようにこの制約を課すのかは、ニュー・ケインジアン型の動学的一般均衡モデルを構築して、そこで得られたインパルス応答に基づいて決める。

構造ショックを識別するのに用いる理論モデルはYoshino and Miyamoto (2017) を基盤としつつ、それとGali et al. (2007) を組み合わせたものである。Yoshino and Miyamoto (2017) のモデルの大きな特徴は、高齢化に伴う人口構成の変化が財政金融政策の有効性に与える影響を検証するために、退職者の存在を明示的に考慮した点である。またGali et al. (2007) のモデルは財政支出の効果について理論的な分析を行う際に広く用いられているものである。彼らは、経済の中に異なる限界消費性向をもった家計が存在することが財政支出の有効性に与える影響に着目してモデルを構築している。具体的には、家計を資本市場にアクセスして時間を通じて消費を平準化することができるリカーディアン家計と、資本市場にアクセスすることができない非リカーディアン家計の2種類に分類している。本稿のモデルにおいては

3種類の家計が存在する。まず、Yoshino and Miyamoto (2017) と同様に、家計を労働者と退職者に分類する。その上で、Gali et al. (2007) に倣って、労働者をリカーディアンと非リカーディアンの2種類に分類する。なお退職者は、非リカーディアン労働者と同様に、いかなる資本市場にもアクセスできないと仮定している。

上記の方法によってVARモデルを推計して、人口高齢化に伴って財政政策の有効性が低下したことを示唆する結果を得た。正確には、高齢化率の低い都道府県グループにおける財政乗数が、高齢化率の高いグループの乗数を中位値において常に上回っていた。また、雇用者報酬の財政乗数についても、2つのグループ間で生産量と同様の関係が観察された。このことから、政府支出のマクロ経済効果の低下に高齢化が労働市場に及ぼした影響が関わっている可能性が示唆される。

本稿は財政政策の効果が経済状況にどのように依存するのかを明らかにしようとする近年の文献に関連している。Auerbach and Gorodnichenko (2012) が好況期と不況期で財政支出の生産量に与える効果が異なることを実証的に示して以降、このような問題意識に基づいた研究が数多く行われている（例えば、Fazzari et al., 2015; Ramey and Zubairy, 2018 を参照）。近年では、Ghassibe and Zanetti (2020) が景気変動の要因が需要側と供給側のどちらにあるかによって財政政策の有効性が異なることを示している。また、先進諸国の政策金利がゼロ下限に達したことを背景として、ゼロ金利下における財政乗数に着目した研究も存在する。Christiano et al. (2011), Eggertsson (2011) 及び Woodford (2011) は、標準的なニュー・ケインジアン・モデルの枠組みのなかで、ゼロ金利下において財政乗数が高まることを示している。Miyamoto et al. (2018) は日本のデータを用いてこの理論的な予測を支持する実証結果を提示している。

2) 彼らは四半期データを使用することでこの識別問題を解決する方法を提案している。この点については後で詳述する。

本稿に最も密接に関連する先行研究は、Yoshino and Miyamoto (2017) と Basso and Rachedi (forthcoming) である。Yoshino and Miyamoto (2017) は先述の特徴をもったニュー・ケインジアン・モデルを開発して、高齢化の進行が財政金融政策の効果の低下につながることを示している。また、Basso and Rachedi (forthcoming) は米国のデータを用いて、人口構成の変化が政府支出の有効性に及ぼす影響を分析し、本稿と同様の結果を示している。本稿の実証結果は、これらの研究によって

得られた知見をより一層深めるための一助となるであろう。

本稿の構成は以下のとおりである。第2章ではまず動学的一般均衡モデルを構築する。そして、そこから得られたインパルス応答に基づいて、VAR モデルにどのように符号制約を課すのかを決める。第3章では、まずデータについて説明する。そしてパネル VAR モデルを構築し、その推計結果を示す。最後に第4章で結論を述べる。

II. 理論モデル

II-1. 家計

II-1-1. リカーディアン労働者

リカーディアン労働者は消費 $c_{w,t}^R$ から効用を、労働供給 $h_{w,t}^R$ から不効用を得ている。リカーディアン労働者の期待生涯効用は、

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t v_t^\beta \{ \ln c_{w,t}^R + \chi \ln(1 - h_{w,t}^R) \} \quad (1)$$

で与えられる。ここで E_t は期待値オペレータ、 $\beta \in (0, 1)$ は主観的割引因子、 v_t^β は主観的割引因子への外生的ショックである。

Galí et al. (2007) に倣って、実質賃金 w_t は労働組合によって中央集権的に決定されているとする³⁾。労働者は、この実質賃金を所与としたときの需要に見合うだけの労働を供給する。リカーディアン労働者の予算制約式は以下の式で表現される。

$$\begin{aligned} P_t c_{w,t}^R + P_t i_{w,t}^R + \frac{B_{w,t}^R}{R_t} \\ = P_t w_t h_{w,t} + P_t r_t^k k_{w,t-1}^R \\ + B_{w,t-1}^R + P_t D_t^R - P_t \tau_{w,t}^R \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 P_t は物価水準、 $B_{w,t}^R$ は名目建ての無リスクの1期国債、 R_t は粗名目利子率、 D_t^R は企業からの配当、そして $\tau_{w,t}^R$ は政府による一括課税である。また、 t 期初に民間資本 $k_{w,t-1}^R$ を保有しており、そこからの収益 r_t^k を得て、民間資本への投資 i_t^R を行う。民間資本は以下の遷移式に従って蓄積する。

$$k_{w,t}^R = (1 - \delta) k_{w,t-1}^R + i_{w,t}^R \quad (3)$$

ここで、 δ は民間資本の減耗率である⁴⁾。

リカーディアン労働者は(2)式と(3)式を制約条件として、期待効用(1)式の最大化を図る。この期待効用最大化問題を解くと、以下の一階条件が得られる。

3) 労働市場の構造および労働組合の行動様式については2.3節で詳述する。本モデルでは、単位区間上に労働組合の連続体が存在していて、各々が賃金を設定している。しかし、全ての組合が同一の実質賃金を設定する対称均衡に分析の焦点を絞っているため、労働者の問題を記述する際に所属する労働組合のインデックスを省略している。

4) 民間資本と公的資本の減耗率は等しいと仮定する。

$$\frac{v_t^\beta}{c_{w,t}^R} = \beta E_t \left[\frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \frac{v_{t+1}^\beta}{c_{w,t+1}^R} \right] \quad (4)$$

$$E_t [1 + r_{t+1}^k - \delta] = E_t \left[\frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \right] \quad (5)$$

ここで、 $\Pi_t \equiv P_t/P_{t-1}$ は粗インフレ率を示している。(4)式は消費のオイラー方程式であり、(5)式は民間資本と国債の無裁定条件である。

II-1-2. 非リカーディアン労働者

非リカーディアン労働者の時点効用関数は以下で与えられる。

$$\ln c_{w,t}^N + \chi \ln(1 - h_{w,t}^N) \quad (6)$$

ここで、 $c_{w,t}^N$ は非リカーディアン労働者の消費、 $h_{w,t}^N$ は非リカーディアン労働者の労働供給である。彼らが直面する予算制約は以下の式で表現される。

$$P_t c_{w,t}^N = P_t w_t h_{w,t} - P_t \tau_t^N \quad (7)$$

ただし、 τ_t^N は非リカーディアン労働者が支払う一括税である。したがって、各期の消費は税引き後の労働所得と等しくなる。

$$c_{w,t}^N = w_t h_{w,t} - \tau_t^N \quad (8)$$

一括税 τ_t^N の定常値は全ての家計の消費の定常値が等しくなるように設定する。

II-1-3. 退職者

退職者は每期社会保障給付 s_r を受け取り、消費 $c_{r,t}$ に充てている。

$$c_{r,t} = s_r \quad (9)$$

社会保障給付は通時一定であるとする。この値も3種類の家計の消費の定常値が等しくなるように設定する。

II-1-4. 変数の経済全体での集計

総消費は3種類の家計の消費の加重和で定義される。

$$c_t \equiv (1 - \xi)(1 - \zeta)c_{w,t}^R + \zeta(1 - \zeta)c_{w,t}^N + \zeta c_{r,t} \quad (10)$$

総労働時間は以下の式で与えられる。

$$h_t \equiv (1 - \zeta)h_{w,t} \quad (11)$$

ただし、 $h_{w,t} \equiv (1 - \zeta)h_{w,t}^R + \zeta h_{w,t}^N$ である。各資産を保有するのはリカーディアン労働者だけなの

で、総投資、民間資本、国債残高、および配当は

$$i_t = (1 - \xi)(1 - \zeta)i_{w,t}^R \quad (12)$$

$$k_t = (1 - \xi)(1 - \zeta)k_{w,t}^R \quad (13)$$

$$B_t = (1 - \xi)(1 - \zeta)B_{w,t}^R \quad (14)$$

$$d_t = (1 - \xi)(1 - \zeta)d_{w,t}^R \quad (15)$$

と表現できる。最後に、政府の一括税収と社会保障給付は

$$\tau_t = (1 - \zeta)[(1 - \xi)\tau_{w,t}^R + \xi\tau_{w,t}^N] \quad (16)$$

$$s = \zeta s_r \quad (17)$$

となる。

II-2. 企業

II-2-1. 最終財生産企業

最終財生産市場は完全競争下にある。最終財企業はCES (Constant Elasticity of Substitution) 型の技術を用いて最終財を生産する。

$$y_t = \left(\int_0^1 y_{j,t}^{\frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p}} dj \right)^{\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1}} \quad (18)$$

ただし、 $y_{j,t}$ は生産要素として使用される中間財 j の量であり、 $\varepsilon_p > 1$ は代替の弾力性である。

物価水準 P_t と各中間財の価格 $P_{j,t}$ を所与として、最終財企業の利潤最大化問題を解くと、各中間財 j への需要関数

$$y_{j,t} = \left(\frac{P_{j,t}}{P_t} \right)^{-\varepsilon_p} y_t \quad (19)$$

及び、ゼロ利潤条件

$$P_t = \left(\int_0^1 P_{j,t}^{1 - \varepsilon_p} dj \right)^{\frac{1}{1 - \varepsilon_p}} \quad (20)$$

が得られる。

II-2-2. 中間財生産企業

中間財生産企業 j の生産関数は、

$$y_{j,t} = \exp\{z_t\} k_{j,t-1}^\alpha h_{j,t}^{1-\alpha} k_{g,t-1}^\alpha \quad (21)$$

である。ここで、 $k_{j,t-1}$ と $h_{j,t}$ は生産要素として使用される民間資本と労働であり、 z_t はマクロ経済全体の生産性を表している。また、 $k_{g,t-1}$ は全ての中間財企業に共通する公的資本である。企業は民間資本のレンタル費用と賃金を所与として費用の最小化を図る。この費用最小化問題の一階条件として次の式を得る。

$$\frac{k_{j,t}}{h_{j,t}} = \frac{aw_t}{(1-a)r_t^k} \quad (22)$$

また、限界費用は全ての企業にとって等しく、以下で与えられる。

$$mc_t = \frac{w_t}{(1-a)\exp\{z_t\}k_{g,t-1}^a} \left\{ \frac{(1-a)r_t^k}{aw_t} \right\}^a \quad (23)$$

Calvo (1983) に倣って名目価格の硬直性をモデルに取り入れる。每期 $1-\theta$ の割合の企業が価格を最適に再設定する機会を得て、残りの θ の割合の企業は前期の価格をそのまま据え置く。 t 期に価格を改定する機会を得た全ての企業は同一の価格を選択する。この価格を P_t^* と表記する。

t 期に価格改定の機会を得た企業は、右下がりの需要関数 (19) 式の制約の下で、以下の利潤の現在割引価値を最大化するように P_t^* を設定する。

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \left[\Lambda_{t,t+i} y_{j,t+i} \left\{ \left(\frac{P_{j,t}^*}{P_{t+i}} \right) - mc_{t+i} \right\} \right] \quad (24)$$

ここで、 $\Lambda_{t,t+i} \equiv \beta^i (c_{t+i}^R/c_t^R)^{-1}$ は確率的割引因子を意味している。この問題の一階条件は、

$$P_{j,t}^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_p - 1} \frac{E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Lambda_{t,t+i} p_{t+i} y_{j,t+i} mc_{t+i}}{E_t \sum_{i=0}^{\infty} \theta^i \Lambda_{t,t+i} y_{j,t+i}} \quad (25)$$

である。

最後に、(20) 式より物価水準 P_t は以下の式に従って遷移することが分かる。

$$P_t^{1-\varepsilon_p} = \theta P_{t-1}^{1-\varepsilon_p} + (1-\theta) P_t^{*1-\varepsilon_p} \quad (26)$$

II-3. 労働組合による賃金設定

Galí et al. (2007) に倣い、労働市場は不完全競争下にあるとする。単位区間上に労働組合の連続体が存在し、各組合は $l \in [0, 1]$ でインデックスされた労働者のタイプの利害を代表して、彼らが直面する実質賃金を決めている。なお、リカーディアン労働者と非リカーディアン労働者は全ての組合に一樣に分布しているとする。中間財企業 j が雇用する効率的労働 $h_{j,t}$ を

CES 型の関数を用いて以下のように定義する。

$$h_{j,t} = \left(\int_0^1 h_{j,t}(l)^{\frac{\varepsilon_w - 1}{\varepsilon_w}} dl \right)^{\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1}} \quad (27)$$

ここで、 ε_w は異なる種類の労働の間の代替の弾力性である。全ての企業 $j \in [0, 1]$ はタイプ l の労働に対して等しく需要している。よって、タイプ l の労働への需要関数 $h_t(l)$ を以下のように表現することができる。

$$h_{j,t}(l) = \left(\frac{w_t(l)}{w_t} \right)^{-\varepsilon_w} h_t \quad (28)$$

また、企業はリカーディアンか非リカーディアンかに関わらず、同じ労働組合に所属する労働者に対して労働需要を一樣に振り分けている。これを考慮した上で、労働組合 l は (28) 式を制約条件として以下を最大化するように実質賃金 $w(l)$ を設定するものとする。

$$\begin{aligned} \max_{w_t(l)} (1-\xi) \left[\frac{w_t(l) h_t(l)}{c_{w,t}^R(l)} + \chi \ln\{1-h_t(l)\} \right] \\ + \xi \left[\frac{w_t(l) h_t(l)}{c_{w,t}^N(l)} + \chi \ln\{1-h_t(l)\} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

この最適化問題の一階条件を導いて、それに均質条件 $w_t(l) = w_t$ および $h_t^R(l) = h_t^N(l) = h_t$ を課すことで、以下の最適賃金スケジュールを得ることができる。

$$\left(\frac{1-h_{w,t}}{\chi} \right) \left[\frac{1-\xi}{c_{w,t}^R} + \frac{\xi}{c_{w,t}^N} \right] w_t = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_w - 1} \quad (30)$$

II-4. 財政金融当局

財政当局は政府支出 g_t および社会保障給付の支払いを一括税収または国債発行によって賄っている。政府の予算制約は、

$$P_t \tau_t + \frac{B_t}{R_t} = P_t g_t + B_{t-1} + P_t s \quad (31)$$

となる。 $\hat{\tau}_t \equiv (\tau_t - \tau)/Y$ および $\hat{b}_t \equiv [(B_t/P_t) - (B/P)]/Y$ と定義した上で、租税ルールを以下のように設定する⁵⁾。

5) これらの変数以外は、任意の変数 X_t について、 \hat{X}_t を X_t の定常値からの対数乖離として定義している、すなわち、 $\hat{X}_t \equiv \log(X_t/X)$ とする。

$$\hat{\tau}_t = \phi_b \hat{b}_{t-1} \quad (32)$$

なお、時点を示す添え字 t が付いていない変数は当該変数の定常値を示している。

政府支出は全て公的資本投資に充てられるとする。公的資本 $k_{g,t}$ の蓄積過程は以下の式で表現される。

$$k_{g,t} = (1 - \delta) k_{g,t-1} + g_t \quad (33)$$

また、政府支出は以下のルールに従って決定されるものとする。

$$\hat{g}_t = \rho_g \hat{g}_{t-1} + \phi_y \hat{y}_t + e_t^g \quad (34)$$

ここで、 ρ_g は $0 < \rho_g < 1$ は満たす。また e_t^g は外生的な政府支出ショックであり、平均が0で分散が σ_g^2 の正規分布に従う。ここでは、政府は支出を生産量に対して反循環的に変化させると想定している。次節で行う実証分析では年次データを使用するため、経済状況の変動に対応して、政府が同一期間内の支出を増減させる可能性を否定できない。このような可能性を理論モデルにも取り込むことを企図して、この定式化を採用している。

最後に、中央銀行はシンプルなルールに従って名目利子率を設定していると仮定する。

$$R_t/R = (\Pi_t/\Pi)^{\phi_\pi} \exp(v_t^m) \quad (35)$$

ここで、 ϕ_π は名目利子率のインフレ率に対する感応度を、 v_t^m は外生的な金融政策ショックを表している。

II-5. 市場清算条件

最終財市場の均衡条件は、

$$y_t = c_t + i_t + g_t \quad (36)$$

であり、労働市場と資本市場の均衡条件は、

$$h_t = \int_0^1 h_{j,t} dj \quad (37)$$

$$k_t = \int_0^1 k_{j,t} dj \quad (38)$$

である。

II-6. 外生ショックの動学

モデル内の政府支出ショック以外のショックは、 z_t 、 v_t^m 及び、 v_t^β であり、それぞれ以下の確率過程に従うと仮定する。

$$\hat{z}_t = \rho_z \hat{z}_{t-1} + e_t^z \quad (39)$$

$$\hat{v}_t^m = \rho_v \hat{v}_{t-1}^m + e_t^m \quad (40)$$

$$\hat{v}_t^\beta = \rho_\beta \hat{v}_{t-1}^\beta + e_t^\beta \quad (41)$$

II-7. パラメータの設定

本稿では、Pappa (2009) で用いられている robust sign restriction という手法によって VAR モデルに課す符号制約を設定する。この手法では、理論モデル内のいくつかのパラメータの値をある一定の範囲から何度もランダムに発生させて、その都度インパルス応答関数を計算する。そして、どのようなパラメータ値の組み合わせの下でも、常に正、もしくは、常に負の反応を示すような頑健な符号を VAR モデルに制約として課すことで構造ショックを識別する。本稿ではデータの制約上、年次データを使用している。よって、Blanchard and Perotti (2002) を始めとする文献で広く行われているように、政府支出が同時点における生産量の変動に反応しないという制約を課して構造ショックを識別することができない。そこで、符号制約を課すことが有効なショックの識別手段となる。さらに、この手法を用いる利点として、パラメータの範囲を広めに設定することにより、理論モデルの定式化の誤りが VAR モデルの推計の精度に及ぼす影響をある程度緩和できることが挙げられる。例えば、価格の粘性の程度を決めるパラメータ θ や非リカーディアン家計の割合 ξ の範囲を広めに設定することにより、これらの値の組み合わせに関して Galí et al. (2007) における想定に限ることなく様々な可能性を考慮した上で、どのように符号制約を課すのかを決めることが可能になる。

表1では、推定に用いたパラメータの値または範囲をまとめている。各パラメータ値やその範囲は、先行研究の結果や実際の日本のデータに合うように設定した。パラメータの中で、主観的割引率、資本減耗率、資本分配率、租税の債務残高に対する弾性値、債務残高対 GDP 比率、政府支出対 GDP 比率、及び、退職者の割合については特定の値を設定した。主観的割引率 $\beta = 0.96$ は四半期データにおいて主観的割引率がおおよそ 0.99 であるケースに対応して

表 1 カリブレーションに用いるパラメータの範囲

パラメータ		値
β	主観的割引率	0.99
δ	資本減耗率	0.1
α	資本分配率	0.33
ϕ_b	租税の債務残高に対する感応度	0.1
γ_b	債務残高対 GDP 比率の定常値	1.5
γ_g	政府支出対 GDP 比率の定常値	0.2
ζ	全人口に占める退職者の割合	0.25
a_g	公的資本の限界生産性	[0, 0.2]
ξ	労働者に占める非リカーディアン家計の割合	[0.1, 0.5]
ε_p	中間財の代替の弾力性	[6, 11]
θ	価格粘性の程度	[0.3, 0.6]
ϕ_π	名目利子率のインフレ率に対する感応度	[1.01, 1.2]
ϕ_y	政府支出の生産量に対する感応度	[0, -0.2]
$\rho_i, i \in (g, z, v, \beta)$	外生ショックの持続性	[0.6, 0.8]

(注) パラメータの値、及び、範囲は先行研究に基づいて設定した。詳細は本文を参照のこと。

いる。資本減耗率 $\delta=0.1$ は、Esteban-Pretel et al. (2011) を参考に設定している。これに関しては、Yoshino and Miyamoto (2017) に倣っている。租税ルールのパラメータも、Yoshino and Miyamoto (2017) と同一の $\phi_b=0.1$ を選択した。さらに、資本分配率、債務残高対 GDP 比率、政府支出対 GDP 比率、及び退職者の割合はデータと一致するように、それぞれ $\alpha=0.33$ 、 $\gamma_b=1.5$ 、 $\gamma_g=0.2$ 、 $\zeta=0.25$ に設定した。退職者の割合は、推計期間である1990年から2014年の全都道府県の平均値を用いている。

一方で、公的資本の生産性、非リカーディアン家計の割合、最終財生産における中間財の代替の弾力性、カルボ確率、名目利子率のインフレ率に対する感応度、政府支出の生産量に対する感応度、及び、外生ショックの持続性については、一定の範囲内で変動することを許容する。まず公的資本の限界生産性を決めるパラメータ a_g の範囲は $[0, 0.2]$ とした。上限の0.2は宮川・川崎・枝村(2013)で報告されている値0.16を参照して設定した。非リカーディアン家計の割合に関しては、Kohara and Horioka (2006) はマイクロデータを用いて、0.08から0.15と

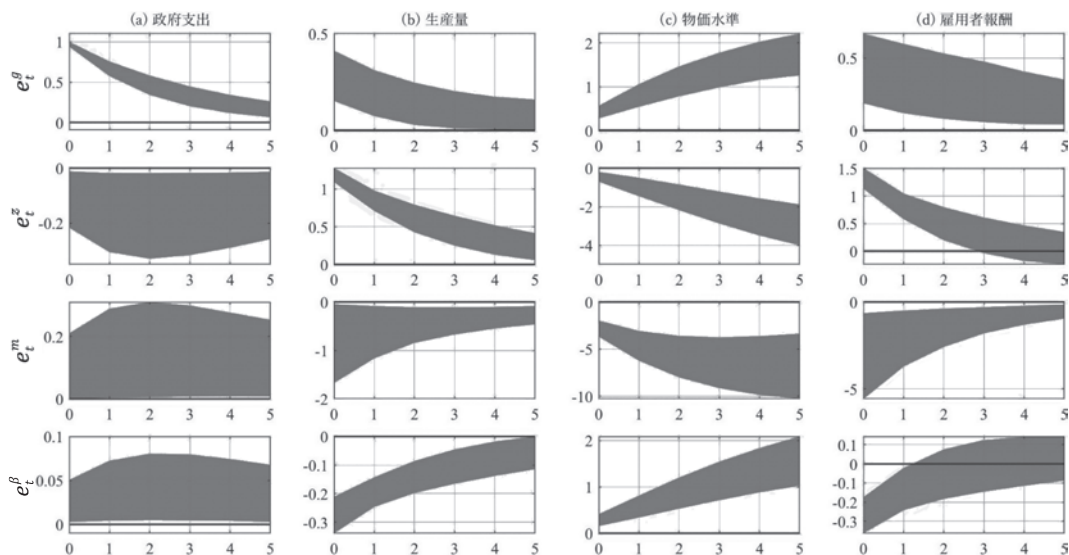
いう低い値が報告している一方、マクロデータを用いたMorita (2015)では0.47とかなり高い推計値が報告されている。ここでは、Galí et al. (2007) が0.5に設定していることも踏まえ、 ξ の範囲を $[0.1, 0.5]$ にした。価格のマークアップ率を決めるパラメータ ε_p の範囲は先行文献でよく用いられる6から11とした。カルボ確率 θ の上限はSugo and Ueda (2008) が四半期データを用いて推計した値0.875を基にして0.6、下限はモデルの1期間を四半期に対応させるときに頻繁に用いられる値0.75を参考に0.3とした⁶⁾。テイラールールにおけるインフレ率の係数 ϕ_π については、下限を1.01、上限を1.2とした。最後に、政府支出の生産量に対する感応度は $[0, -0.2]$ の範囲に、外生ショックの持続性は年次データであることを踏まえて、ある程度幅を持った $[0.6, 0.8]$ に設定した。

II-8. 符号制約の設定

実際のシミュレーションでは、各パラメータ値を表1で示されている範囲からランダムに1,000回発生させて、各回のパラメータ値の組み合わせごとにインパルス応答関数を計算し

6) 正確には、 $0.875^4 \approx 0.58$ 及び、 $0.75^4 \approx 0.31$ である。

図1 理論モデルから得られたインパルス応答関数



(注) この図は、理論モデルにおいて得られる政府支出ショック、生産性ショック、金融政策ショック、割引因子ショックに対する各変数の反応を示している。表1にあるパラメータ値の範囲からランダムに1,000回発生させたパラメータの組み合わせの下で計算されるインパルス応答関数の5%と95%の分位点で囲まれる範囲を斜線部によって表している。

た。図1の斜線部は計算された各変数のインパルス応答関数の5%と95%の分位点によって囲まれる範囲を表している⁷⁾。

図1では、政府支出ショック、生産性ショック、金融政策ショック、及び、割引因子ショックに対する (a) 政府支出, (b) 生産量, (c) 物価水準, (d) 雇用者報酬の反応を示している。ここで、(c) 物価水準の反応はインフレ率の反応を累積したものであり、(d) 雇用者報酬のインパルス応答は実質賃金と労働の反応の和である。実証分析で使用するデータでは賃金と労働が区別されておらず、入手可能なのは雇用者報酬のみである。よって、理論モデルのシミュレーションにおいても雇用者報酬の反応を確認している。本稿が関心の対象とする構造ショックは政府支出ショックのみであるが、Peersman (2005) に倣い、他の構造ショックに対する反応も確認し符号制約を課すことでショックを識

別している。

まず、図1から政府支出の増加が生産量、物価水準、及び雇用者報酬の増加につながる事がわかる。次に、正の生産性ショックは生産量と雇用者報酬を上昇させ、物価水準を低下させている。さらに、生産性ショックに伴う生産量の上昇は政府支出を減少させる。また、金融引き締めショックに対しては、政府支出の上昇と、生産量、物価水準、及び、雇用者報酬の低下が観察される。最後に、割引因子ショックに対しては、生産量と雇用者報酬が低下する一方で、政府支出と物価水準が上昇している。

以上で得られたインパルス反応に基づいて、各構造ショックについて、各変数の反応に符号制約を課す。表2は各変数にどのように符号制約を課すのかをまとめている。また、全ての符号制約は各変数に対して1期間だけ課すことにした。

7) パラメータ値はランダムに発生させるため、その組み合わせによってインパルス応答関数が、非現実的な経路を描くケースがあった。そのため、本稿では得られた全てのインパルス応答関数のうち、上下5%を取り除いている。

表 2 政府支出ショックを識別する符号制約

	政府支出	生産量	物価水準	雇用者報酬
政府支出ショック	+	+	+	+
生産性ショック	-	+	-	+
金融政策ショック	+	-	-	-
割引因子ショック	+	-	+	-

(注) 符号制約は理論モデルから得られたインパルス応答関数に基づいて設定している。全ての符号制約は、各変数の1期間(1年間)分のインパルス応答関数に課している。

ここで、政府支出ショックと生産性ショックは生産量と物価水準の反応の正負の違いによって、また、政府支出ショックと金融政策ショックは政府支出と生産量の反応の違いによって区別することができる。最後に、政府支出ショッ

クと割引因子ショックも政府支出と生産量の反応の違いによって完全に識別することができる。次節では、以上の符号制約を VAR モデルに課して、人口高齢化によって政府支出の有効性がどのように変化するかを検証する。

Ⅲ. 実証分析

Ⅲ-1. データ

本稿で使用するデータは、『県民経済計算』に収録されている都道府県別の政府支出、県内総生産(生産量)、デフレーター(物価水準)、雇用者報酬である。政府支出は政府最終消費支出と公的固定資本形成の和として定義する。また、デフレーターは直接公表されていないため、名目県内総生産と実質県内総生産の比率から作成した。雇用者報酬は名目値しか公表されていないため、このデフレーターを用いて実質値に直している。データは全て年度データであり、93SNA のデータが平成7年基準、平成12年基準、平成17年基準の3つの基準年の下で、1990年から2014年まで公表されている。そこで、各基準年のデータの成長率を用いてデータの接続を行った。したがって、本稿の推計期間は1990年から2014年となる。

本稿の特徴は Ilzetzki et al. (2013) のように事前にサンプルを分割した上で、それぞれ VAR モデルを推計することで、財政政策のマクロ経済効果が高齢化に応じてどのように変化

するかを検証したことである。具体的には、総人口に占める65歳以上人口の割合を都道府県ごとに計算し、サンプル期間の平均で上位12都道府県(高齢化率が高い都道府県)と下位12都道府県(高齢化率が低い都道府県)の2つのグループを取り出す。各都道府県の年齢別の人口は総務省統計局が発表している『人口推計』のデータを使用した。高齢化率が高いグループに含まれるのは、秋田県、山形県、長野県、和歌山県、鳥取県、島根県、山口県、徳島県、愛媛県、高知県、大分県、鹿児島県である。高齢化率が低いグループに含まれるのは、宮城県、茨城県、栃木県、埼玉県、千葉県、東京都、神奈川県、愛知県、滋賀県、大阪府、兵庫県、沖縄県である。

Ⅲ-2. 符号制約付きパネル VAR モデル

先述の通り、高齢化率に基づいて取り出した2つの都道府県のグループごとにパネル VAR モデルをそれぞれ推計する。本稿では、政府支出(g_t)、生産量(y_t)、物価水準(p_t)、雇用者

報酬 (w_t) を内生変数として含む4変数VARモデルを推計する。物価水準以外の変数は各都道府県の総人口で除して、1人当たりの変数に変換している。また全ての変数は自然対数値に変換されている。

各都道府県 ($i=1, \dots, N$) に対して、内生変数のベクトルを $Y_{it} = (g_{it}, y_{it}, p_{it}, w_{it})$ と表記すると、パネルVARモデルは、

$$Y_{it} = \sum_{s=1}^p B_s Y_{it-s} + u_{it} \quad (t=1, \dots, T), u_{it} \sim N(0, \Sigma) \quad (42)$$

と表すことができる。ここで、ラグ変数に付く係数 $B_s (s=1, \dots, p)$ 、及び、誘導型残差 u_{it} の分散共分散行列 Σ は都道府県間で不変であると仮定する。ここでは表記の簡単化のために省略しているが、実際の推計では固定効果と線形トレンド項を組み込んでおり、ラグの次数は2とした。また、通常のVAR分析と同様に誘導型残差と構造ショックの間には、

$$u_{it} = A \varepsilon_{it} \quad (43)$$

という線形関係を仮定する。ここで、 ε_{it} は構造ショックであり、互いに無相関で分散が1に基準化されている。

システム全体の表記の簡単化のために、 Y 、 X 、及び、 u を以下のように定義する。まず、 $Y \equiv [Y_1', \dots, Y_T']'$ であり、 $Y_t \equiv [Y_{1t}', \dots, Y_{Nt}']'$ 、また $X \equiv [X_1', \dots, X_T']'$ であり、 $X_t \equiv [X_{1t}', \dots, X_{Nt}']'$ かつ $X_{it} = I_k \otimes [Y_{it-1}, \dots, Y_{it-p}]$ 、そして $u \equiv [u_1', \dots, u_T']'$ であり $u_t \equiv [u_{1t}', \dots, u_{Nt}']'$ である。これに加えて、VARモデルの係数についても、 $\Theta \equiv [\text{vec}(B_1'), \dots, \text{vec}(B_p')]'$ とする。これらの新たに定義された変数を用いると、パネルVARモデルのシステムは、

$$Y = X\Theta + u, u \sim N(0, I_{T \times N} \otimes \Sigma) \quad (44)$$

という線形回帰モデルの形で表現することができる。

本稿では、Uhlig (2005) が提唱した手法に倣って、政府支出への構造ショックを識別する。この識別は以下の2段階のプロセスからなる。まず第1段階では、VARの係数である Θ と誘導型残差の分散共分散行列である Σ を事後分

布からランダムに発生させて、それらの候補を得る。Uhlig (2005) と同様に無情報事前分布を用いると、それぞれの事後分布は、

$$\Sigma^{-1} \sim W \left(\frac{\hat{\Sigma}_{ols}^{-1}}{T \times N}, T \times N \right) \quad (45)$$

$$\Theta \sim N \left(\hat{\Theta}_{ols}, (\mathbf{X}'(I_{T \times N} \otimes \Sigma)^{-1} \mathbf{X})^{-1} \right) \quad (46)$$

と求めることができる。ここで、 $\hat{\Theta}_{ols}$ 、と $\hat{\Sigma}_{ols}$ は (44) 式をOLS推計することによって得られる係数と分散共分散行列を、 $W(\cdot)$ はウィシャート分布を表している。

第2段階では、まず標準正規分布からランダムに発生させた行列 W をQR分解して、 $W = QR$ となる行列 Q を得る。ここで、行列 Q は $QQ' = I$ を満たす直交行列である。そして分散共分散行列 Σ をコレスキー分解して得られる下三角行列 A_0 と発生させた行列 Q を用いて、同時点における内生変数の関係を表す以下のような式を求める。

$$u_{it} = A_0 Q Q' \varepsilon_{it} \quad (47)$$

ここで、 ε_{it} はコレスキー分解を行ったときに得られた構造ショックである。最後に、 $A \equiv A_0 Q$ 及び $\varepsilon_{it} \equiv Q' \varepsilon_{it}$ とすれば、(43)式と同一の誘導型残差と構造ショックの関係を導くことができる。なお、 $QQ' = I$ であることから、

$$E[A \varepsilon_{it} \varepsilon_{it}' A'] = E[A_0 Q Q' \varepsilon_{it} \varepsilon_{it}' Q Q' A_0'] = A_0 A_0' = \Sigma \quad (48)$$

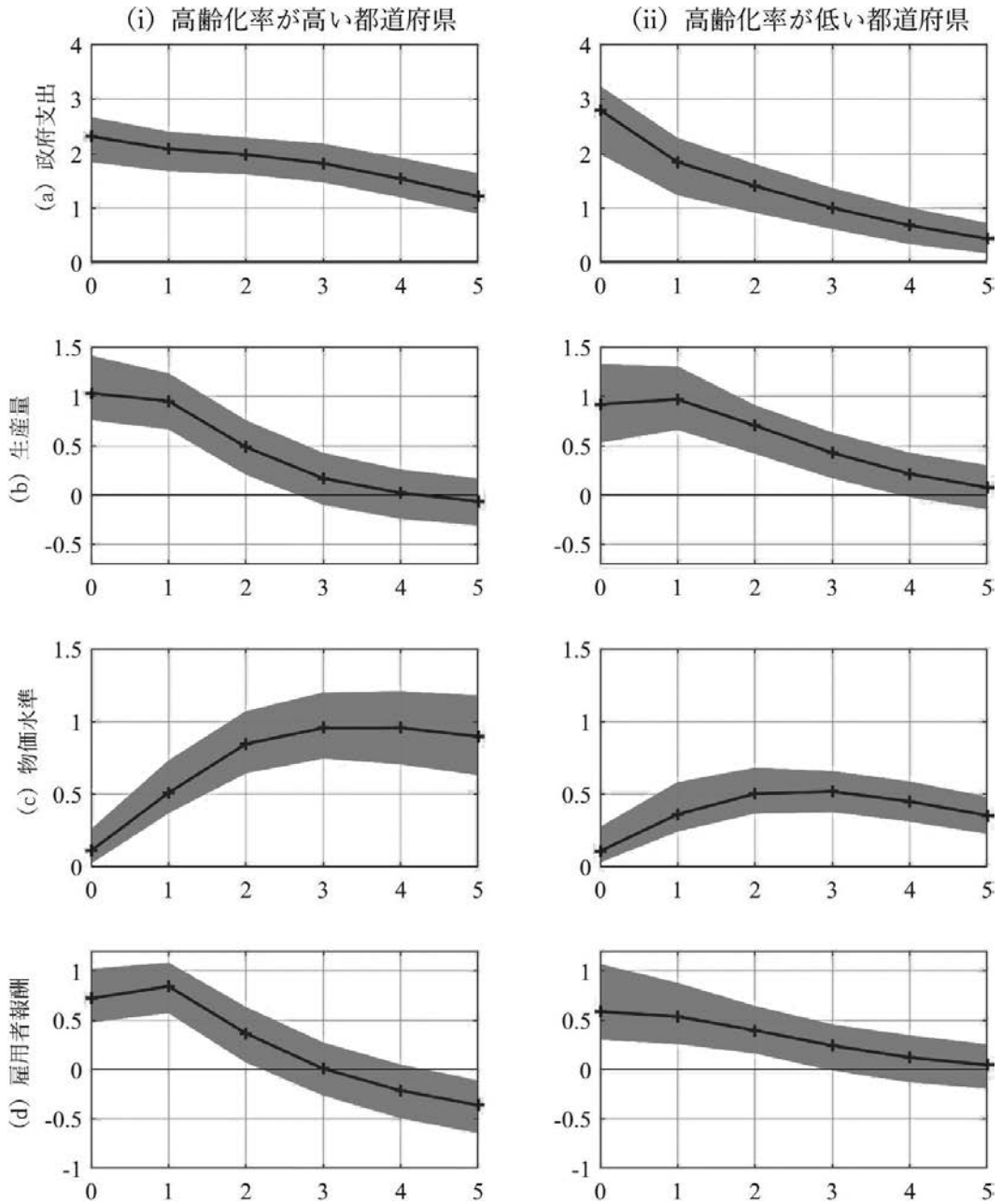
が成り立つため、ここで得られた A と ε_{it} の下でも元の分散共分散構造が維持されていることが確認できる。

このようにして発生させた (Θ, Σ, A) の組み合わせの下でインパルス応答関数を計算し、表2で示した符号制約を満たすものかを確認する。そして、インパルス応答関数が全ての符号制約を満たした場合にのみ有効なサンプルとしてその組み合わせを保存する。本稿では、第1段階で発生させた Θ と Σ の組み合わせに対して、第2段階で A を5,000回発生させる。そして、合計で500個の有効なサンプルが得られるまで、このプロセスを繰り返す。

III-3. 推計結果

図2はグループごとに推計されたパネル

図2 推計されたインパルス応答関数



(注) ここでは、(i) 高齢率が高い都道府県グループと (ii) 高齢率が低い都道府県グループにおける政府支出ショックに対する各変数のインパルス応答関数を図示している。実線は得られたインパルス応答関数の中央値を、斜線部は68%の信用区間をそれぞれ表している。

VARモデルから得られるインパルス応答関数を示している。図中において、実線はサンプリングされたインパルス応答関数の中央値を、斜線部は68%の信用区間を示している⁸⁾。また、図の第1列は高齢化率が高い都道府県のグループから、第2列は高齢化率が低い都道府県のグループから得られたインパルス応答関数を示している。

まず符号制約を課した最初の1期間は、両グループにおいて政府支出、生産量、物価水準、及び雇用者報酬の全ての変数が正の反応を示している。第1期以降の生産量の反応に着目すると、高齢化率が低いグループでは第3期まで有意に正である。一方で、高齢化率が高いグループでは、第3期には有意でなくなっている。同様の傾向は、雇用者報酬の反応でも顕著である。雇用者報酬は、高齢化率が低いグループでは、第3期まで有意な反応を示している。高齢化率が高いグループでは、第2期の反応はかろうじて有意であるものの、第3期と第4期には有意な反応が観察されなくなり、第5期目には負で有意の反応を示している。

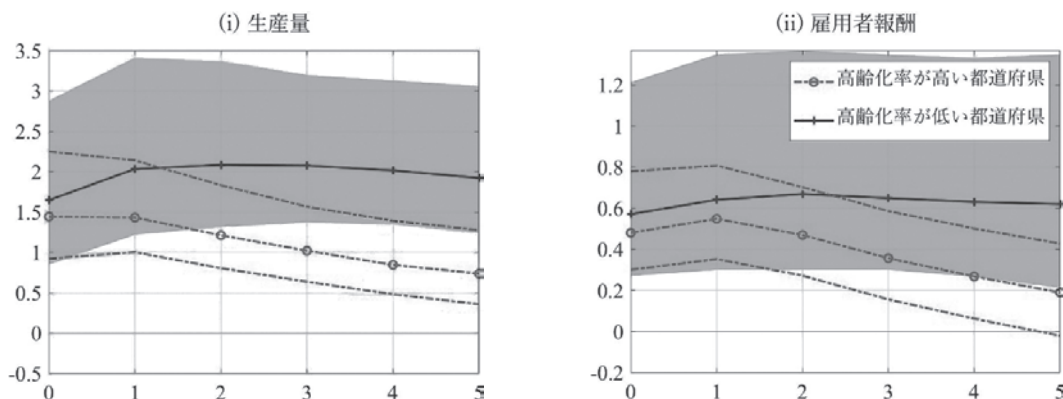
ここまでの分析から、高齢化率が低いグループ

の方が高いグループに比べて、生産量と雇用者報酬の正の反応の持続性が高いことがわかる。しかし、図2(a)から見て取れるように、それぞれの都道府県グループで政府支出の反応の経路が異なるため、その他の変数への影響を単純に比較することができない。そこで、単一の単位の下で各変数の反応を比較するために、生産量と雇用者報酬の財政乗数を計算する。政府支出ショックの発生からJ期後の累積財政乗数を以下の式に基づいて計算する。

$$\text{第}J\text{期後の累積財政乗数} = \frac{\sum_{j=0}^J IR_j(x)}{\sum_{j=0}^J IR_j(g)} \times \frac{\bar{x}}{\bar{g}} \quad (49)$$

ここで、 x は生産量、または、雇用者報酬を、 $IR_j(\cdot)$ は括弧の中の変数のj期後のインパルス応答を、そして、 \bar{x} と \bar{g} は各変数の時系列及び横断面方向の両方についての平均値を表している。財政乗数は1単位の政府支出の増加に対して、当該変数が何単位分変化するのを示すものなので、政府支出の動学的な経路がグループごとに異なっても、財政政策ショックの効果を定量的に直接比較することが可能になる。図3は推計された生産量と雇用者報酬それ

図3 財政乗数



(注) この図では、図2の結果から計算される(i)生産量と(ii)雇用者報酬に対する財政乗数をそれぞれ示している。高齢化率が高い都道府県から得られる財政乗数の中央値と68%の信用区間はマーカー付きの一点鎖線と一点鎖線で、高齢化率が低い都道府県のそれらは実線と斜線部でそれぞれ描かれている。

8) 本稿ではバイズ推計を用いた推計を行っているため、「信頼区間」ではなく、「信用区間」であることに注意されたい。

ぞれの財政乗数を示している。

図3において、高齢化率が高い都道府県から得られる財政乗数の中央値と68%の信用区間はマーカー付きの一点鎖線と一点鎖線で、高齢化率が低い都道府県のそれらは実線と斜線部でそれぞれ描いている。まず、中央値に注目すると、どちらの変数も高齢化率が低い都道府県グループの方が高い都道府県グループに比べて財政乗数の値が常に大きいことがわかる。特に、高齢化率が低い都道府県から得られる生産量の財政乗数は常に1を超えている一方で、高い都道府県グループでは第3期以降は1以下となっている。この結果は人口高齢化が政府支出ショックの有効性に負の影響を与えた可能性を示唆している。

この結果についてより深く理解するためには、第2節で説明した理論モデルの助けを借りつつ、高齢化が雇用者報酬の財政乗数へ及ぼす影響を考察することが有用である。雇用者報酬の財政乗数は、定性的には生産量のそれと同様の傾向を示している。このことから人口高齢化が、政府支出への労働市場に関する変数の反応を鈍化させることを通じて、そのマクロ経済効果を弱めた可能性が考えられる。実際に、理論モデルにおいて高齢化が進行すると、すなわち

総人口に占める退職者の比率が上昇すると、賃金の変化に対する総労働の反応が鈍化する⁹⁾。したがって、本稿の実証分析の結果は、高齢化に伴い政府支出に対する消費は労働供給の変化が弱まり、そのマクロ経済効果の低下につながったものとして解釈することができる。もちろん厳密には、雇用者報酬は労働時間と賃金の積であり、労働時間に対する影響だけを捉えたものではないことには留意が必要である。

加えて、統計的な有意性についても留意が必要である。2つのグループの推計からそれぞれ得られる信用区間は重複しており、厳密には統計的に有意な差を検知することができない。しかしながら、例えば、雇用者報酬の第5期以降の反応については高齢化率の高い都道府県では信用区間がゼロを含む一方で、低い都道府県ではそうでないといった差は存在している。本稿では推計の簡便性を優先するために都道府県間でVARモデルの係数や分散共分散行列の構造が等しいと仮定したが、より統計的な正確さを追求するためにはPappa (2009)などが採用している階層構造を持つパネルVARモデルを推計することがより望ましいと思われる。この点については今後の課題としたい。

IV. 結語

本稿では、人口高齢化が財政政策の有効性にどのように影響するのかを検証するために、日本の都道府県パネルデータを使用した符号制約VAR分析を行った。VARモデルに課す符号制約は、退職者の存在を明示的に考慮した動学的一般均衡モデルから得られるインパルス応答に基づいて設定した。推計結果から高齢化の進行

によって政府支出の増加が生産量に与える影響が低下する可能性が示された。また、生産量の反応と同様に、政府支出ショックが雇用者報酬に与える影響も高齢化に伴って低下することが分かった。この結果から、高齢化の進行に伴う財政政策のマクロ経済効果の低下が、労働市場を通じた何らかの影響によって生じた可能性が

9) このことは、賃金スケジュール(30)式に総労働時間の定義式である(11)式を代入することで容易に見て取ることができる。

示唆される。

最後に、今後の研究課題として以下の2点を指摘しておきたい。第1に、高齢化の進行が労働市場に及ぼす影響をさらに精査し、財政乗数の低下の背景にあるメカニズムを突き止める必

要がある。第2に、そのメカニズムを取り込んだ理論モデルを構築することが求められる。これらの課題に取り組むことによって、高齢化社会における財政政策に関して多様な示唆を得ることができるであろう。

参 考 文 献

- 宮川努・川崎一泰・枝村一磨（2013）「社会資本の生産力効果の再検討」『経済研究』第64巻第3号，pp. 240-255
- Auerbach, A.J., and Y. Gorodnichenko (2012), “Measuring the Output Responses to Fiscal Policy”, *American Economic Journal: Economic Policy* Vol. 4 No. 2, pp. 1-27
- Basso, H.S., and O. Rachedi (forthcoming) “The Young, the Old, and the Government: Demographics and Fiscal Multipliers”, *American Economic Journal: Macroeconomics*
- Blanchard, O. and R. Perotti (2002) “An Empirical Characterization of the Dynamic Effects of Changes in Government Spending and Taxes on Output”, *Quarterly Journal of Economics* Vol. 117 No. 4, pp. 1329-1368
- Braun, R.A., and D.H. Joines (2015) “The Implications of a Graying Japan for Government Policy”, *Journal of Economic Dynamics and Control* Vol. 57, pp. 1-23
- Calvo, G.A. (1983) “Staggered Prices in a Utility-maximizing Framework”, *Journal of Monetary Economics* Vol. 12 No. 3, pp. 383-398
- Christiano, L., M. Eichenbaum, and S. Rebelo (2011) “When is the Government Spending Multiplier Large?”, *Journal of Political Economics* Vol. 119 No. 1, pp. 78-121
- Eggertsson, G.B. (2010) “What Fiscal Policy is Effective at Zero Interest Rates?” *NBER Macroeconomics Annual* 25, pp. 59-112
- Eeteban-Pretel, J., R. Nakajima, and R. Tanaka (2011) “Japan’s Labor Market Cyclicity and the Volatility Puzzle”, RIETI Discussion Paper Series 11-E-040, The Research Institute of Economy, Trade and Industry
- Fazzari, S., J. Morley, and P. Irina (2015) “State-Dependent Effects of Fiscal Policy”, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* Vol. 19 No. 3, pp. 285-315
- Gaíl, J., J.D. López-Salido, and J. Vallés (2007) “Understanding the Effects of Government Spending on Consumption”, *Journal of the European Economic Association* Vol. 5 No. 1, pp. 227-270
- Ghassible M., and F. Zanetti (2002) “State Dependence of Fiscal Multipliers: The Source of Fluctuations Matters”, Mimeo, University of Oxford
- Hansen, G.D., and İmrohoroğlu, S (2016) “Fiscal Reform and Government Debt in Japan: A Neoclassical Perspective”, *Review of Economic Dynamics* Vol. 21, pp. 201-224
- Ilzetzki, E., E.G. Mendoza, and C.A. Végh (2013) “How Big (Small?) are Fiscal Multipliers?” *Journal of Monetary Economics* Vol. 60 No. 2, pp. 239-254.
- Miyamoto, W., T.L. Nguyen, D. Sergeyev (2018) “Government Spending Multipliers under the Zero Lower Bound: Evidence from Japan”, *American Economic Journal: Macroeconomics* Vol. 10 No. 3, pp. 247-277
- Morita, H. (2015) “State-dependent Effects of

- Fiscal Policy in Japan: Do Rule-of-thumb Households Increase the Effects of Fiscal Policy?" *Journal of Macroeconomics* Vol. 43, pp. 49-61
- Kohara, M., and C.Y. Horioka (2006) "Do Borrowing Constraints Matter? An Analysis of Why the Permanent Income Hypothesis does not Apply in Japan", *Japan and the World Economy* Vol. 18 No. 4, pp. 358-377
- Pappa, E. (2009) "The Effects of Fiscal Shocks on Employment and the Real Wage", *International Economic Review* Vol. 50 No. 1, pp. 217-244
- Peersman, G. (2005) "What Caused the Early Millennium Slowdown? Evidence Based on Vector Autoregressions", *Journal of Applied Econometrics* No. 20 Vol. 2, pp. 185-207
- Ramey, V.A., and S. Zubairy (2018) "Government Spending Multipliers in Good times and in Bad: Evidence from US Historical Data", *Journal of Political Economics* Vol. 126 No. 2, pp. 850-901
- Sugo T, and K. Ueda (2008) "Estimating a Dynamic Stochastic General Equilibrium Model for Japan", *Journal of the Japanese and International Economies* Vol. 22 No. 4, pp. 476-502
- Uhlig, H. (2005) "What are the Effects of Monetary Policy on Output? Results from an Agnostic Identification Procedure", *Journal of Monetary Economics* Vol. 52 No. 2, pp. 381-419
- Woodford, M. (2011) "Simple Analytics of the Government Expenditure Multiplier", *American Economic Journal: Macroeconomics* Vol. 3 No. 1, pp. 1-35
- Yoshino, N., and H. Miyamoto (2017) "Declined Effectiveness of Fiscal and Monetary Policies Faced with Aging Population in Japan", *Japan and the World Economy* Vol. 42, pp. 32-44.

補論

A 定常状態

ゼロインフレの定常状態の近傍で理論モデル

の均衡条件式の対数線形近似を行う。各変数の定常値は以下の条件式を満たす。

名目利子率

$$R = 1/\beta$$

実質レンタル料

$$r^k = R - 1 + \delta$$

総生産量

$$y = \left\{ \left(\frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p} \right)^a a^\alpha (r^k)^{-\alpha} \left(\frac{\gamma_g}{\delta} \right)^\beta h^{1-\alpha} \right\}^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

公的資本

$$k_g = \left(\frac{\gamma_g}{\delta} \right) y$$

実質賃金

$$w = \left[\left(\frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p} \right) (1-\alpha)^{1-\alpha} a^\alpha (r^k)^{-\alpha} k_g^\beta \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

民間資本

$$k = \left\{ \frac{aw}{(1-\alpha)r^k} \right\} h$$

民間投資

$$i = \delta k$$

政府支出

$$g = \gamma_g y$$

民間消費

$$c = y - i - g$$

B 線形近似した均衡条件式

理論モデルの均衡条件式を対数線形近似すると以下の式が得られる。ここで、財政変数を除き各変数の定常値からの対数乖離を表している。つまり一般的な変数 X_t について、 $\hat{X}_t = \log$

(X_t/X) である。財政変数についてはハット付きの変数で、定常状態からの乖離の生産量に対する比率を表している。例えば、 $\hat{g}_t = (g_t - g)/y$ である。

リカーディアンのオイラー方程式

国債と民間資本の無裁定条件

非リカーディアンの消費

総消費

最適賃金スケジュール

費用最小化条件

ニュー・ケインジアン・フィリップス曲線

限界費用

民間資本の遷移式

公的資本の遷移式

政府の予算制約式

課税ルール

政府支出ルール

テイラールール

財市場の需給一致条件

総生産関数

$$\begin{aligned} \hat{c}_{w,t}^R &= E_t \hat{c}_{w,t+1}^R - \hat{r}_t + E_t \hat{\pi}_{t+1} - (E_t \hat{v}_{t+1}^\beta - \hat{v}_t^\beta) \\ E_t \hat{r}_{t+1}^k &= \left(\frac{1}{1 - \beta + \beta \delta} \right) \hat{r}_t - \left(\frac{1}{1 - \beta + \beta \delta} \right) E_t \hat{\pi}_{t+1} \\ \hat{c}_{w,t}^N &= \left(\frac{wh}{c} \right) \hat{w}_t + \left(\frac{wh}{c} \right) \hat{h}_t - \left(\frac{y}{c} \right) \hat{\tau}_t \\ \hat{c}_t &= (1 - \xi) (1 - \zeta) \hat{c}_{w,t}^R + \xi (1 - \zeta) \hat{c}_{w,t}^N \\ \hat{w}_t &= \frac{1}{(1 - \zeta)} \hat{c}_t + \frac{h}{1 - h} \hat{h}_t \\ \hat{r}_t^k &= \hat{w}_t + \hat{h}_t - \hat{k}_{t-1} \\ \hat{\pi}_t &= \beta E_t \hat{\pi}_{t+1} + \frac{(1 - \theta)(1 - \beta \theta)}{\theta} \widehat{mc}_t \\ \widehat{mc}_t &= \alpha \hat{r}_t^k + (1 - \alpha) \hat{w}_t - \beta \hat{k}_{g,t} - \hat{z}_t \\ \hat{k}_t &= (1 - \delta) \hat{k}_{t-1} + \delta \hat{i}_t \\ \hat{k}_{g,t} &= (1 - \delta) \hat{k}_{g,t-1} + \delta \hat{g}_t \\ \hat{b}_t &= R(\hat{g}_t - \hat{\tau}_t + \hat{b}_{t-1}) + \gamma_b(\hat{r}_t - R \hat{\pi}_t) \\ \hat{\tau}_t &= \phi_b \hat{b}_{t-1} + \phi_g \hat{g}_t \\ \hat{g}_t &= \rho_g \hat{g}_{t-1} + \phi_y \hat{y}_t + e_t^g \\ \hat{r}_t &= \phi_\pi \hat{\pi}_t + \hat{v}_t^m \\ \hat{y}_t &= \gamma_c \hat{c}_t + \gamma_i \hat{i}_t + \hat{g}_t \\ \hat{y}_t &= \hat{z}_t + \alpha \hat{k}_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{h}_t + \beta \hat{k}_{g,t} \end{aligned}$$